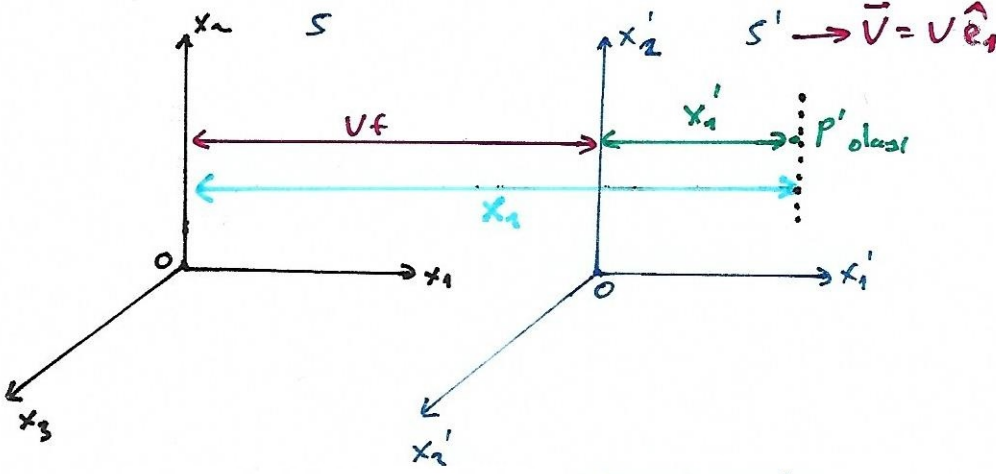


Galile Dönüşümleri :



$$x_1' = x_1 - Vt$$

$$x_2' = x_2$$

$$x_3' = x_3$$

$$t' = t \text{ (zaman mutlaktır)}$$

Ters dönüşümler;

$$x_1 = x_1' + Vt$$

$$x_2 = x_2'$$

$$x_3 = x_3'$$

$$t = t'$$

$$\dot{x}_1' = \dot{x}_1 - V$$

$$\dot{x}_2' = \dot{x}_2$$

$$\dot{x}_3' = \dot{x}_3$$

Hız dönüşümleri

$$\frac{\partial x_i'}{\partial t} = \frac{\partial x_i'}{\partial t'} = V'_i = \dot{x}_i'$$

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_1' + V$$

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_2'$$

$$\dot{x}_3 = \dot{x}_3'$$

Ters hız dönüşümleri

Lorentz Dönüşümleri :

$$x_1' = \gamma (x_1 - Vt)$$

$$x_2' = x_2$$

$$x_3' = x_3$$

$$t' = \gamma \left(t - \frac{Vx_1}{c^2} \right)$$

$$\text{Ters dönüşümler; } x_1 = \gamma (x_1' + Vt')$$

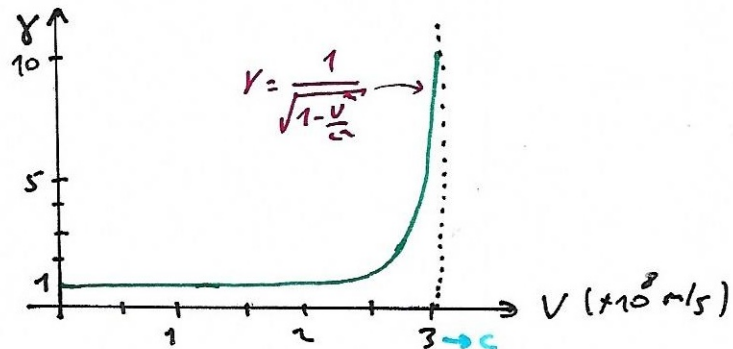
$$V \rightarrow -V$$

$$x_2' = x_2$$

$$x_3' = x_3$$

$$t = \gamma \left(t' + \frac{Vx_1'}{c^2} \right)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad \frac{V}{c} = \beta$$



- 1.1. Bir saatın periyodu kendi referans sisteminde 3.0 s olarak ölçülüyor. Saata göre 0,85c hızı ile hareket eden bir gözlemci saatın periyodunu ne kadar ölçer?

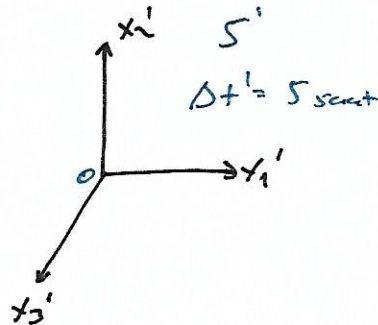
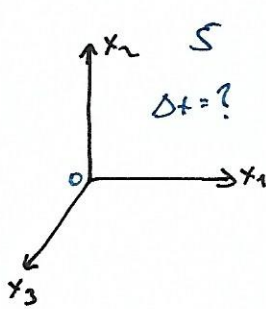
$$T_0 = 3s \quad T = \gamma T_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} T_0 \rightarrow T = \frac{3.0s}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.85c}{c}\right)^2}}$$

$$v = 0.85c$$

$$T = \frac{3.0s}{\sqrt{1 - 0.9025}} \rightarrow T = 9.6s //$$

Hareketli bir gözlemciye göre bir saatın bir denimi tamamlanması için geçen süre daha uzun olur.

- 1.2. Yere göre 30m/s hız ile hareket eden bir referans sisteminde (S') herhangi bir iki olay arasında geçen süre 5.0 saat olarak ölçülüyor. Yerleli hareketli bir referans sisteminde (S) bulunan bir gözlemci aynı iki olay arasında geçen süresi ne kadar ölçer?



$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

$v \ll c$ olduğu için $\gamma \approx 1$

$$\Delta t = \Delta t' \text{ olur}$$

Ancak Binom açılımını kullanarak $\Delta t'$ 'yi daha hassas olarak hesaplayabiliriz.

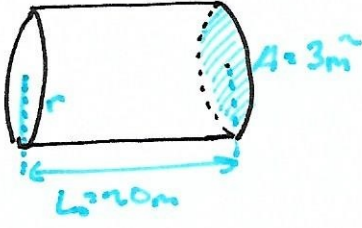
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \dots \Rightarrow \gamma = 1 + \frac{(30 \text{ m/s})^2}{2(3 \times 10^8 \text{ m/s})^2}$$

$$\Rightarrow \gamma = 1 + \frac{1}{2} 10^{-14} = 1 + 5 \times 10^{-15}$$

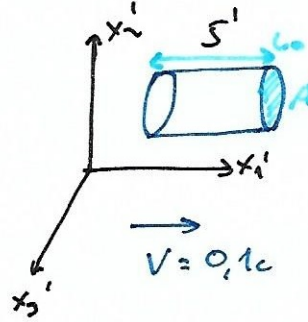
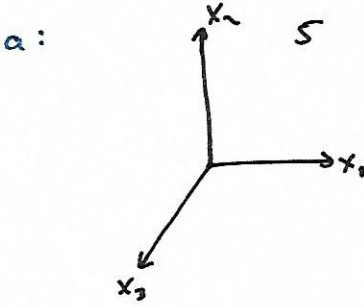
$$0.09 \text{ ns} = 90 \text{ ps}$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t' = (1 + 5 \times 10^{-15}) 5 \text{ saat} = 5 \text{ saat} + 2.5 \times 10^{-14} \text{ saat}$$

1.3.



$$L_0 = \gamma L$$



hareket sadece uzunluk
doğultusunda olduğu için
alan değişmez.

$$V_0 = L_0 A$$

$$V = LA$$

$$L_0 = \gamma L = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} L \Rightarrow L = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} L_0$$

$$L = \sqrt{1 - \left(\frac{0.1c}{c}\right)^2} 20m = \sqrt{0.99} 20m$$

$$L = 19.899m \rightarrow V = LA = (19.899)(3)$$

$$V = 59.697m^3 //$$

$$b: L = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} L_0 = \sqrt{1 - \left(\frac{0.99c}{c}\right)^2} 20m$$

$$L = 2.821m \rightarrow V = LA = (2.821m)(3m^2) \quad V = 8.464m^3 //$$

1.4. Durgun hâle boyu 5m olan bir çubukun boyu, çubukun doğrultusunda çubuğa göre 30m/s hızla hareket eden bir gözlemci tarafından ne kadar ölçülür?

$$L_0 = 5m$$

$$V = 30m/s \ll c$$

$$L_0 = \gamma L \Rightarrow L_0 = \frac{L}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = L \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \dots\right)$$

$$\Rightarrow L = L_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right) = 5m \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{30m/s}{3 \times 10^8}\right)^2\right)$$

$$L = 5m \left(1 - \frac{10^{-19}}{2}\right) = 5m - 2.5 \times 10^{-19}m$$

Hidrojen atomunun yarıçapı

$$r_H = 53 \times 10^{-12}m = a_0 > L$$

1.5. μ mesonları yeryüzünden 20 km yükseklikte oluşmaktadır. Yeryüzüne göre hızları $0,9995c$ sublumette oldukları kendi (ör) referans sistemindeki ortalama ömürleri ise $\tau_0 = 2,26 \mu s$ 'dir.

i) Galile dönüşümlerine göre,

a. Yeryüzündeki bir gözlemciye göre mesonların ortalama ömürleri ne olur?

b. Yeryüzündeki gözlemciye göre bu ömürleri süresince ne kadar yol alırlar?

Yeryüzüne varabilirler mi?

ii) Lorentz dönüşümlerine göre a ve b şiflonu tekrar gözünüz.

i: Galile dönüşümlerine göre zaman invarianttır.

a: $\tau_0 = \tau = 2,26 \mu s$. (Değişmez)

b: $x = v\tau \rightarrow x = (0,9995 \times 3 \times 10^8 \text{ m/s}) (2,26 \times 10^{-6} \text{ s})$

$x = 667 \text{ m} // < 20 \text{ km}$ Yeryüzüne ulaşamazlar

ii:

$$a: \tau = \gamma \tau_0 = \left[1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right]^{-1/2} \tau_0$$

$$= \left[1 - \left(\frac{0,9995c}{c} \right)^2 \right]^{-1/2} 2,26 \mu s$$

$$\tau = 71,47 \mu s //$$

b: $x = v\tau \rightarrow x = (0,9995 \times 3 \times 10^8 \text{ m/s}) (71,47 \times 10^{-6} \text{ s})$

$$x = 21,438 \times 10^3 \text{ m}$$

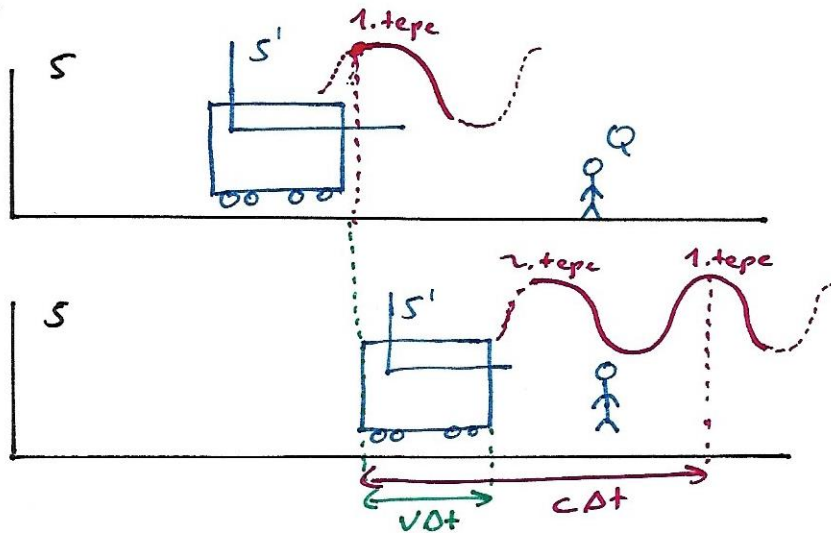
$x = 21,438 \text{ km} > 20 \text{ km}$ Yeryüzüne ulaşabilir.



Doppler Olası

Bir sesin frekansı, kaynağın ve alıcının hareketli oluşuna göre değişir. Klasik fizikte de bilinen bu etkiye Doppler olası denir. Bu olay ışık için de geçerlidir. Işık kaynağı veya alıcı hareketli ise ışığın frekansı değişir. Fakat, ışığın Doppler olası sestekinden izi açıdan farklıdır. Birincisi, ışık c hızı ile gittiği için, zaman genişleme etkisiyle görelî Doppler olası biraz daha farklıdır. İkincisi, klasik Doppler olası formülü kaynağın veya alıcının hareketli oluşuna göre farklıdır. Hava ortamında ilerleyen ses dalgaları için formül doğru olabilir. Ancak, ışık boşlukta da yayılabilir. Ses dalgalarında gibi bir ortama ihtiyaç yoktur. Görelî teoride kaynağın veya alıcının hareketli oluşu fiziksel yasalarda bir farklılık oluşturmaz. Görelî Doppler formülünün hareketli kaynağın veya hareketli alıcı için aynı olması gerektğini şimdiden söyleyebiliriz.

Yandaki S referans sistemine göre v hızı ile hareket eden bir tren (S') gözönüne alalım. Trenin önünde far ışığı kendi referans sisteminde f_{kaynak} frekansında bir ışık yaymaktadır. Trenin ön tarafındaki bölgede ve yandaki bir Q gözlemcisi tarafından ölçülen ışığın frekansını bulalım;



Önce kuyruğun hareketli olduğu S sisteminde hesap yapalım. Şekilde fardan çıkan ardışık iki tepe noktaları gösterilmiştir. Bu iki tepe noktasının çukuru arasındaki süre yolda Δt olarak ölçülüyorsa, bu süre içinde 1. tepe noktası $c\Delta t$ kadar yol almış olur. Bu süre içinde tren aldığı yol ise $v\Delta t$ olur. Ardışık iki tepe arasındaki uzamlık dalgaboyu olduğuna göre;

$$\lambda = c\Delta t - v\Delta t$$

$$\lambda = (c - v)\Delta t$$

olur. Buna göre A gözlemcisinin ölçtiği frekans şöyle olur;

$$f_{\text{göz}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{(c - v)\Delta t} = \frac{1}{(1 - \beta)\Delta t}$$

Burada Δt ardışık iki tepe arasındaki sürenin S sisteminde ölçülen değeridir. S' sisteminde buna karşılık gelen iki olay aynı yerde olduğundan, $\Delta t'$ bu iki olay arasındaki süremandır. Buna göre;

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

olur. $f_{\text{gözlemci}}$ $\Delta t'$ cinsinden yazılırsa; $f_{\text{gözlemci}} = 1/\Delta t'$

$$f_{\text{göz}} = \frac{1}{(1 - \beta)\gamma \Delta t'} = \frac{f_{\text{gözlemci}}}{(1 - \beta)\gamma}$$

olur. Bu formül daha simetrik hale getirilmek için $1/\gamma$ ifadesi şöyle yazılır:

$$\frac{1}{\gamma} = \sqrt{1 - \beta^2} = \sqrt{(1 - \beta)(1 + \beta)}$$

O hâlede;

$$f_{\text{göz}} = \sqrt{\frac{(1 + \beta)}{(1 - \beta)}} f_{\text{gözlemci}}$$

(yazılıştıkça)

Bu ifade görebildiye yaklaşan bir kaynağın için çıkarıldı. Kaynağın gözlemden uzaklaşıyorsa, sadece v hının işaretini değıştirmek gerekir;

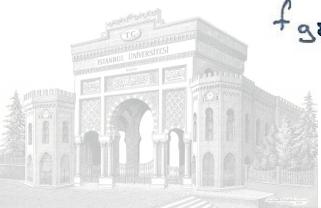
$$f_{\text{göz}} = \sqrt{\frac{(1-\beta)}{(1+\beta)}} f_{\text{kaynağ}} \quad \text{uzaklaşırken}$$

Bu formüller kaynağın doğru ve görebildi hareketli ise yine geçerlidir. Kaynağın veya görebildi birbirine yaklaştığında frekansın artacağı düşünülür, hangi formüller kullanılacağı görülebilir.

Doppler olayının en meşhur örneği uzak yıldızlardan gelen ışığın "kırmızıya kayma" etkisidir. Bir yıldızın ışığı, yapısında bulunan elementlere özgü bazı frekanslarda yayınlanır. Bu ışık bir spektrometrede incelenecek hangi elementler bulunduğuna anlaşılabilir. Bu elementler bulunduğundan sonra daha da ibri yidebilir. Özgün frekanslarda görülen kaymalara bakarak yıldızın bize doğru mu, yoksa benden dışa doğru mu hareket ettiğini anlaşılabilir. İlk kez Amerikalı astronomi bilgini Edwin Hubble uzak galaksilerdeki yıldızların büyük çoğunluğunda frekansın azalma yönünde, yani kırmızıya doğru kaydığını gözlemlemiştir. Bu, galaksilerin genelde benden uzaklaştığını anlamını taşır. Ayrıca Hubble galaksilerin uzaklaşma hızının uzaklıkla orantılı olduğunu da bulmuştur. Bunun yanı sıra, enine genişleğini ortaya çıarmıştır.

1.6. Uzak bir galaksiden gelen ışığın frekansı 3 kat kırmızıya kaymış olarak ölçüldü. Yani, $f_{\text{göz}}/f_{\text{kaynağ}} = 1/3$. Galaksinin hareket doğrultusunu ve hızını bulun.

$$f_{\text{göz}} < f_{\text{kaynağ}} \Rightarrow \text{Galaksi: uzaklaşıyor; } f_{\text{göz}} = \sqrt{\frac{(1-\beta)}{(1+\beta)}} f_{\text{kaynağ}}$$



$$\frac{1}{3} = \sqrt{\frac{(1-\beta)}{(1+\beta)}} \Rightarrow (1+\beta) = 9(1-\beta)$$

$$1+\beta = 9 - 9\beta \rightarrow 10\beta = 8 \rightarrow \beta = 0,8$$

$$\frac{V}{c} = 0,8 \rightarrow \boxed{V = 0,8c}$$

1.7. Atom fiziğinde "Laser ile ölçümü" denen bir yöntem ile, bir gaz moleküllerinin ısısal çalkantı hareketini yansıtmakta Doppler olayı kullanılır. Aynı Doppler olayı, atomik spektroskopide istenmeyen bir etkidir. Çizik ölçmekte istenen spektrum çizgilerinin kalınlaşmasına yol açar

Sodyum buharında: atomlar kendi referans sistemlerinde $\lambda_{\text{uzun}} = 589\text{nm}$ dalga boyu ışık yayarlar. Isısal çalkantı hareketiyle atomlar rastgele yönlere 300 m/s veya daha hızlı hareket ederler. Bu hareket nedeni ile ışığın dalga boyunda bir Doppler genişlemesi görülür. Atomların ortalama hızlarını 300 m/s alarak dalga boyu genişliğini hesaplayınız.

$$f_{\text{gör}} = \frac{f_{\text{uzun}}}{(1 \pm \beta) \gamma} \quad 300\text{ m/s} \ll c \Rightarrow \gamma \approx 1, \quad \beta = \frac{300\text{ m/s}}{3 \times 10^8} = 10^{-6}$$

$$f_{\text{gör}} = \frac{f_{\text{uzun}}}{(1 \pm \beta)}, \quad \lambda f = c \Rightarrow \lambda_{\text{gör}} = \lambda_{\text{uzun}} (1 \pm \beta)$$

$$\Delta \lambda = \lambda_{\text{gör}} - \lambda_{\text{uzun}} = \pm \lambda_{\text{uzun}} \beta$$

$$\Rightarrow \Delta \lambda = \pm 589\text{nm} (10^{-6})$$

$$\Delta \lambda \approx 6 \times 10^{-4} \text{ nm}$$

$v = 300\text{ m/s} \ll c$ olduğundan bu kayma küçük olur. Fakat, doğru spektrometrelerde bu kayma gözlemlenir. Spektrumlarda çizgilerle gözlenen bu "Doppler genişlemesi" etkisi dalga boylarının tam doğru ölçülmesini engeller.

