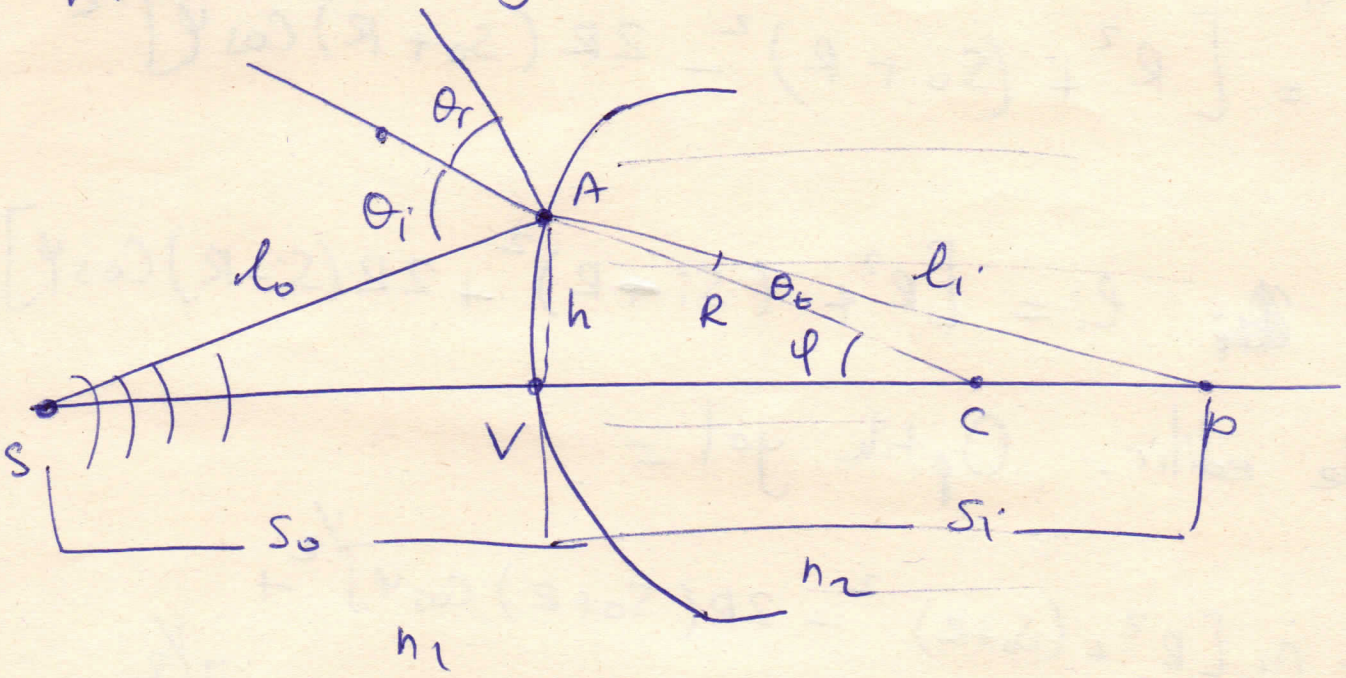
Küresel Yüzeylerde Kırılma



Merkezi C, yarıçapı R olan bir küresel yüzeye, S nokta kaynağından çıkıp çarpan bir dalgayı inceleyelim. $\overline{SA}$ ışını arayüzeyde normale doğru ($n_2 > n_1$) ve bundan dolayıda asal eksene doğru kırılmaya uğrar. Aynı θ_i açısıyla gelen diğer ışınlar gibi, bu ışında asal ekseni P de kessin. Fermat prensibine göre optik yol kararlıdır ve bu yolun konum değişkenine göre türevi sıfırdır. Söz konusu ışın için,

Optik yol $= n_1 l_o + n_2 l_i$ olur.

SAC ve ACP üçgenlerinde kosinüs teoremi

ve $\cos\varphi = -\cos(180-\varphi)$

bağıntısı kullanılarak,

$$l_o = \left[R^2 + (S_o + R)^2 - 2R(S_o+R)\cos\varphi\right]^{1/2}$$

ve

$$l_i = \left[R^2 + (S_i + R)^2 + 2R(S_i - R)\cos\varphi\right]^{1/2}$$

elde edilir. Optik yol =

$$= n_1\left[R^2 + (S_o+R)^2 - 2R(S_o+R)\cos\varphi\right]^{1/2} +$$

$$+ n_1\left[R^2 + (S_i - R)^2 - 2R(S_i - R)\cos\varphi\right]^{1/2}$$

Fermat ilkesi uyarınca A noktası sabit bir yarıçap (yani R = sabit) çevresinde hareket ettikçe, φ konum değiştirir olur.

$$\frac{d(\text{optik yol})}{d\varphi} = 0 \quad \text{yapılırsa,}$$

$$\frac{n_1 R(S_o - R)\sin\varphi}{2l_o} - \frac{n_2 R(S_i - R)\sin\varphi}{2l_i} = 0$$

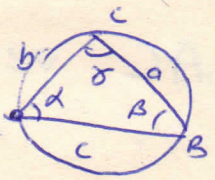
Buradan

$$\frac{n_1}{l_o} + \frac{n_2}{l_i} = \frac{1}{R}\left(\frac{n_2 S_i}{l_i} - \frac{n_1 S_o}{l_o}\right)$$

Cosinüs teoremi: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$

$c^2 = b^2 + a^2 - 2ab\cos\gamma$



Bu küresel yüzeyde kırılarak S den P ye varan bir ışınla ilgili büyüklükler arasındaki bir bağıntıdır. Bu ifade doğru, fakat biraz karmaşıktır. Bunun nedenle ifadeyi basitleştirmek için;

$$\cos\varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{2!} + \frac{\varphi^4}{4!} - \frac{\varphi^6}{6!} + \Lambda$$

$$\sin\varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} + \frac{\varphi^7}{7!} + \Lambda$$

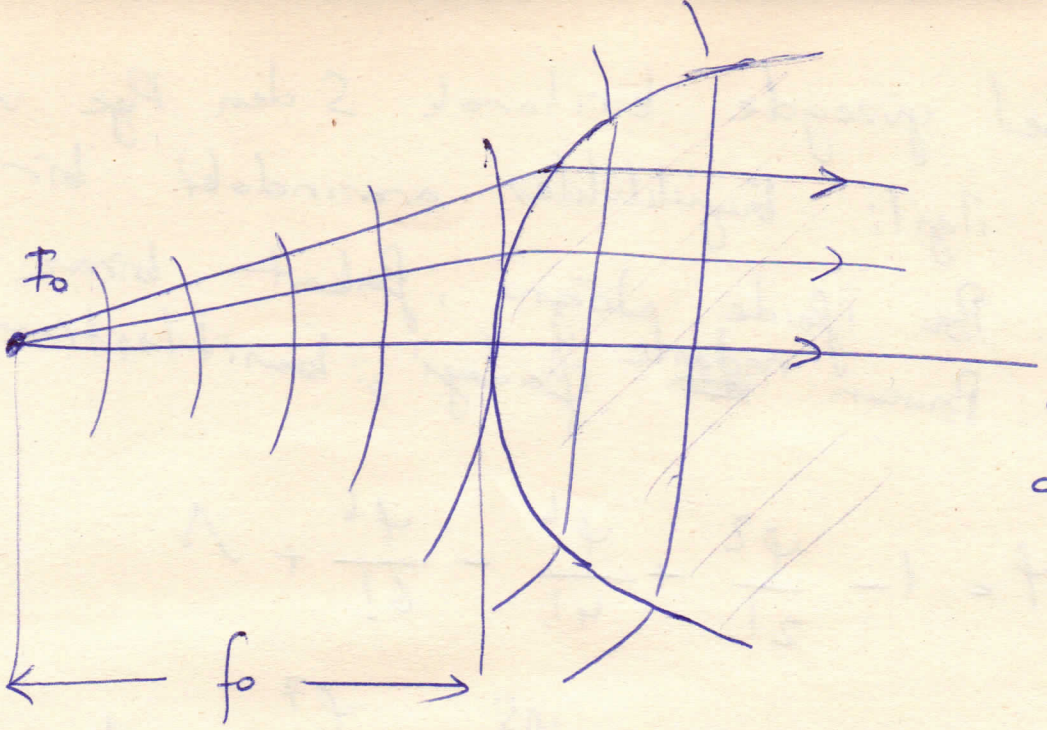
olduğundan φ küçük (yani A, V'ye yakın) kabul edilirse $\cos\varphi = 1$ olur. Bunun sonucunda l_o ve l_i bağıntılarından

$l_o \cong s_o$, $l_i \cong s_i$ bulunur. Buna göre,

$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$ elde edilir.

Bu yakın eksenel ışınlara karşılık gelen, alkan dalgacephesi parçası, aslında küreseldir ve s_i uzaklığındaki P merkezinde kusursuz bir görüntü oluşturur. ✡ bağıntısı yakın eksenel bölge olan simetri ekseni etrafındaki küçük bölgede Ann yerinden bağımsızdır.

(4)



Bir küresel yüzeyin üzerinde ilerleyen düzlem dalgalar, cisim odağı

Yukarıdaki şekle göre Fo noktası sonsuzda görüntülenirse ($S_i \simeq \infty$)

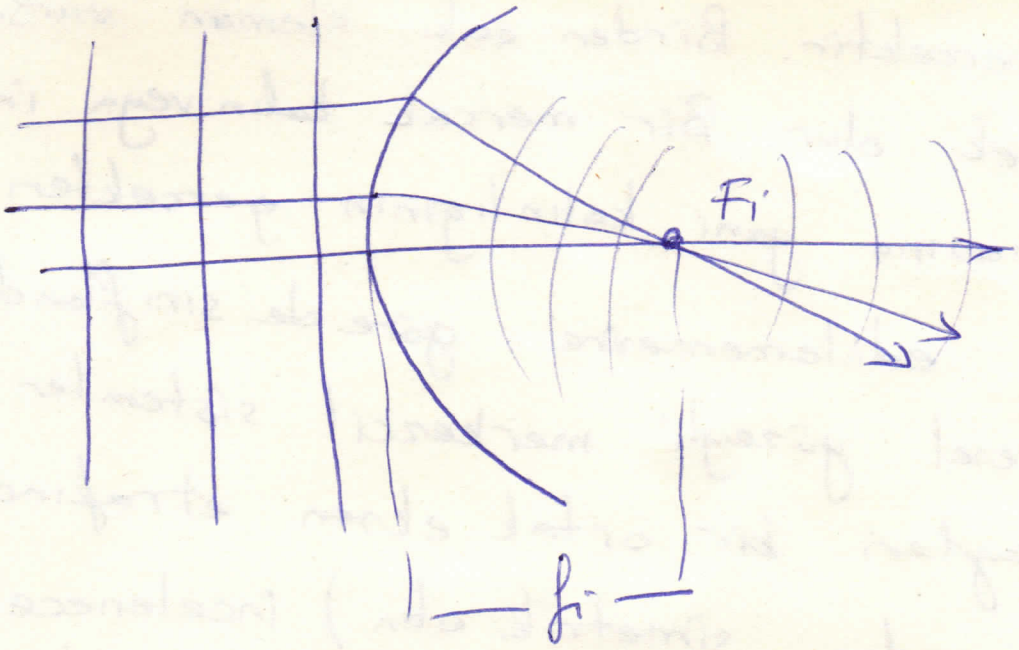
$$\frac{n_1}{S_o} + \frac{n_2}{S_\infty} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$S_o = f_o$ olan bu özel cisim uzaklığı, birinci odak uzaklığı veya cisim odak uzaklığı olarak tanımlanır. Buradan

$$f_o = \frac{n_1}{n_2 - n_1} R$$

Fo noktasına birinci veya cisim odağı denir. Benzer şekilde ikinci ve görüntü odağı $S_o \simeq \infty$ olduğu görüntünün oluştuğu eksendeki Fi noktasıdır. Yani

$$\frac{n_1}{\infty} + \frac{n_2}{S_i} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$ olur.



İkinci veya görüntü odak uzaklığı fi, bu özel halde yukarıdaki şekle göre göre; Sir'ye eşitlenirse;

$$fi = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R$$

Işınlar ıraksadığında görüntü zahiridir. Benzer şekilde, ışınlar yakınsadığında cisim zahiridir.

İnce Mercekler:

Mercekler çeşitli biçimlerde yapılırlar. örneğin ses ve mikrodalga mercekleri vardır.

Alışılagelen anlamda, bir mercek arayüzeylerden en az biri eğrisel olan, iki yada daha fazla kırıcı arayüzeyden oluşur. Bir elemandan oluşan bir mercek (yani, sadece iki kırıcı yüzeyi olan) Geniş anlamda mercek, kontrollü olarak dalga cephelerini yeniden şekillendirmek için kullanılan ışığı kırıcı bir alettir.

Genellikle ortak eksen düzlem olmayan yüzeylerin ortasından geçer.