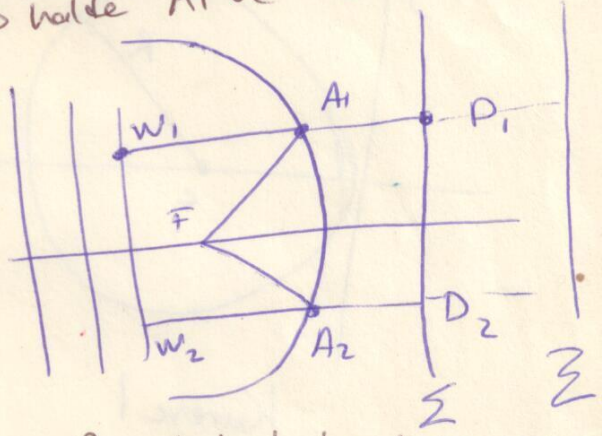
(1) Küresel Olmayan Aynalar

Bir düzlem aynanın yansıma ile küresel bir dalgaya dönüşmesi için aynanın ne biçimde olması gerektiğine bakalım. Bu düzlem dalga sonunda bir F noktasına yakınsasın. Bu durum için bütün ışınlar için optiksel yol uzunlukları eşit olmalıdır. O halde A_1 ve A_2 noktaları için

F'de toplanması için.



Paraboloid biçimli bir ayna

optik yol: $\overline{W_1A_1} + \overline{A_1F} = W_2A_2 + A_2F$ olmalı.

Σ düzlemi gelen dalgacephelerine paralel olduğundan

$W_1A_1 + A_1D_1 = W_2A_2 + A_2D_2$ yazılır.

$A_1F = A_1D_1$ ve $A_2F = A_2D_2$ olan bir yüzey için veya daha genel

$AF = e(AD)$ ← buradan

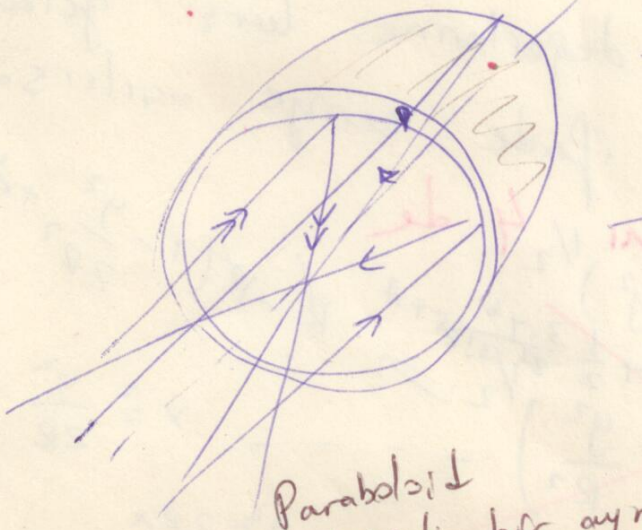
bir konik kesitin dışmerkezliği olmak üzere

$AF = e\,AD$

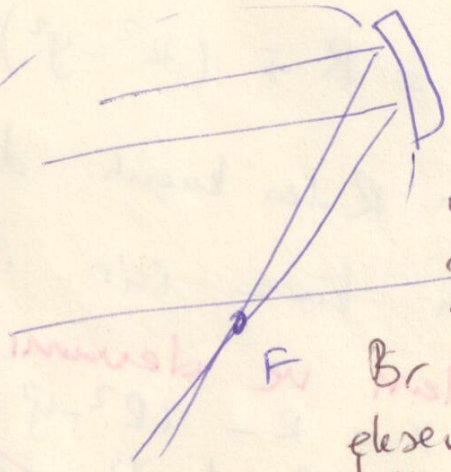
$e : n_{12}$

$n_{tr} = 1$

$AF = AD$ çıkar.



Paraboloit biçimli bir ayna



Modern iletişimde rolü olan mikrodalga antenlerinin geometrisi de böyledir.

F'ye gelen Bir dış

parabolik ayna elemanı

(2) $W_1 A_1 + A_1 F = W_2 A_2 + A_2 F$ (1)

$W_1 A_1 + A_1 D_1 = W_2 A_2 + A_2 D_2$ (2)

Σ düzlemi gelen dalga cephesine paralel olduğundan (2) yazılabilir.

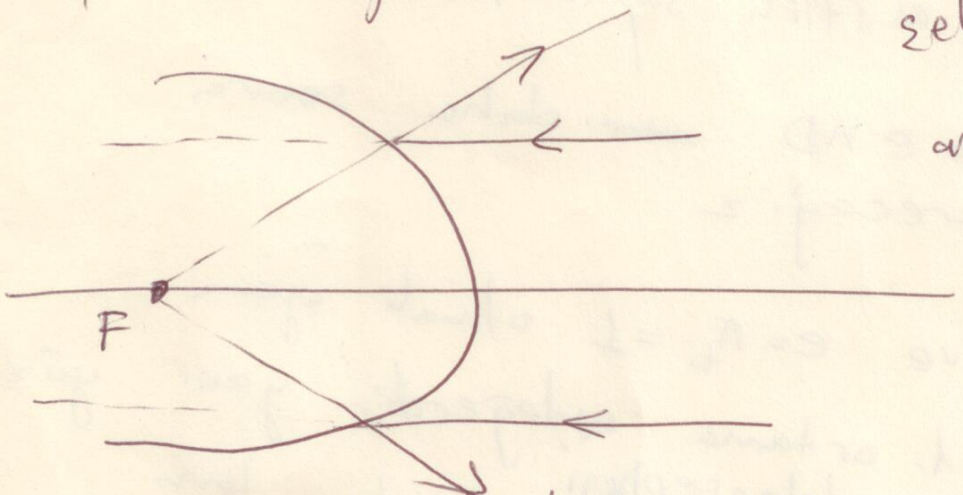
Bu nedenle $A_1 F = A_1 D_1$ ve $A_2 F = A_2 D_2$ olan bir yüzey için daha genel olarak ayna üzerinde herhangi bir A noktası için $\overline{AF} = \overline{AD}$ olduğu yüzey için (1) nolu eşitlik sağlanır.

e: $AF = e\,AD$ ~~yazı~~. daha sonra göstereceğiz

$n_t = n_i$ ve $e = n_{ti} = 1$ olmak üzere 2 ortam 1. ortama eşdeğerdir. yani yüzey odağı F ve ~~doğrultmanı~~ dalga cephesi Σ olan bir paraboloiddir. Işınlar aynı şekilde tersine çevrilebilir yani bir paraboloidin odağındaki bir noktasal kaynakla, sistemden düzlem dalgalar yayınlanır

Paraboloid aynaların günümüzdeki uygulamaları ; el feneri, otomobil farları, dev radyoteskop anteleri, mikrodalga verıcileri, aydaki iletişim antenleri ---

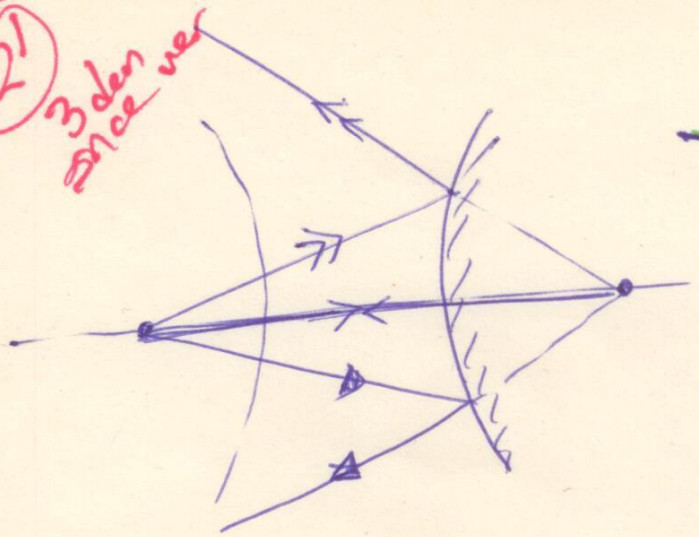
Dışbükey paraboloid ayna da olabilir fakat daha az kullanılır. Paralel demetli ışınların ≠ de ayna dışbükey olduğunda zahiri görüntü, iç bükey gerçek ↓ ↓ vereceği aşağıdaki şekilden anlaşılır.



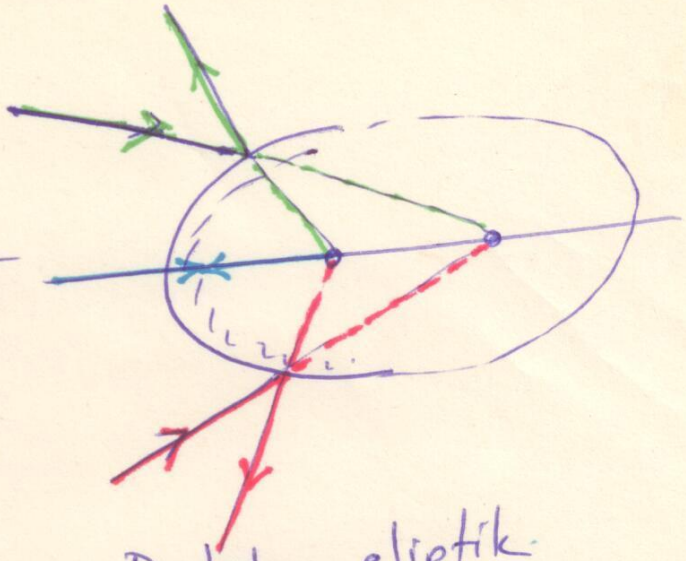
Bir paraboloid aynada görüntü

Elipsoid ($e<1$)
hiperboloid ($e>1$) gibi başka küresel olmayan aynalarda vardır.

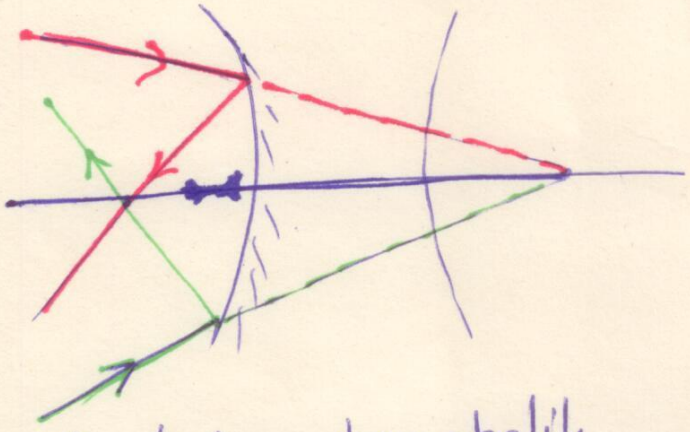
(21) 3'den sonra var



Dışbükey hiperbolik

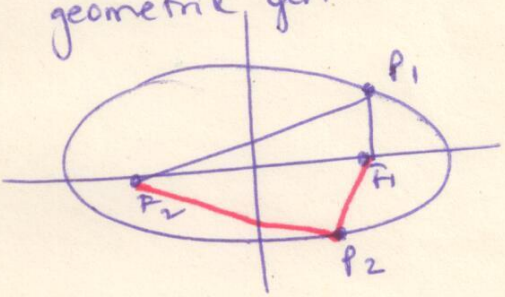


Dışbükey eliptik

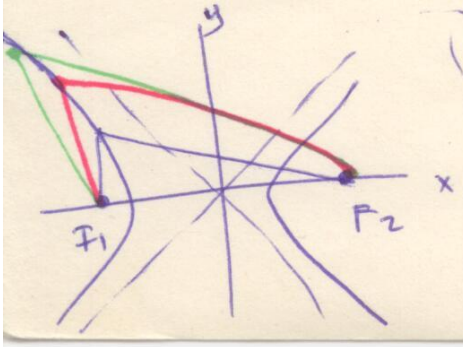


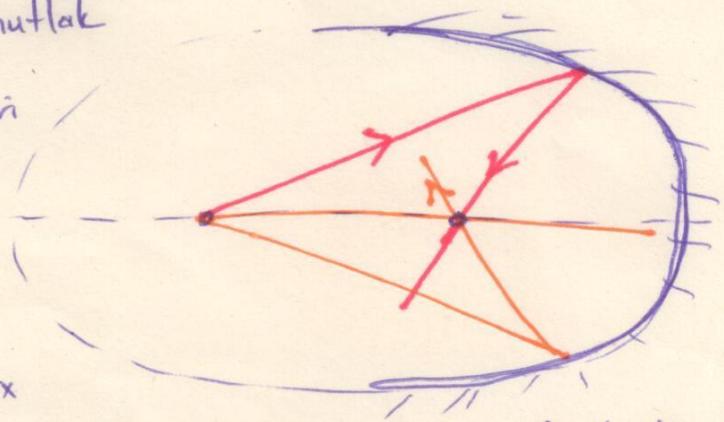
İçbükey hiperbolik

Elips: verilen iki noktaya (F_1, F_2) uzaklıkları toplamı sabit olan noktaların geometrik yeri



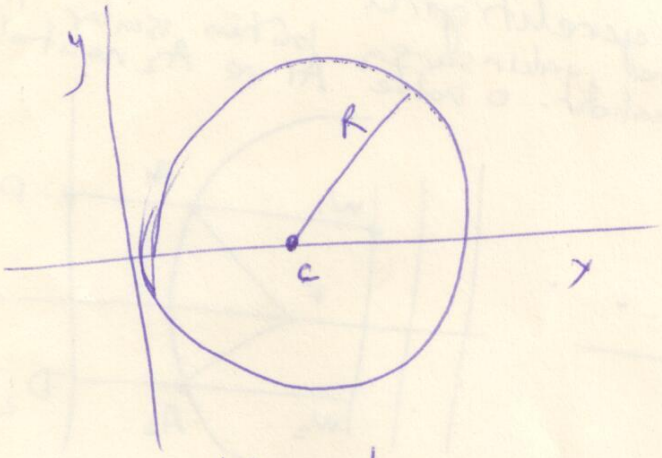
Hiperbol: Sabit iki noktaya uzaklıkları farkının mutlak değeri sabit olan noktaların geometrik yeri



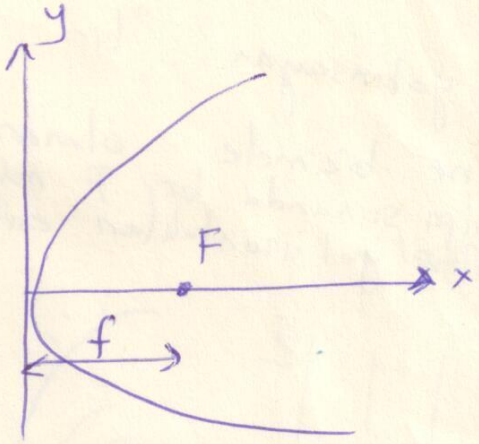


İçbükey eliptik

(3) Küresel Aynalar



Küresel aynalar



Paraboloid ayna

Kürenin dairesel kesit için bilinen denklem

i) $y^2 + (x-R)^2 = R^2$

$y^2 + x^2 - 2xR + R^2 = R^2$

$y^2 - 2Rx + x^2 = 0$

$x = R \mp (R^2 - y^2)^{1/2}$

x'in R den küçük değerlerine karşı gelen yarım küre için ifade seriye açılırsa

Ara işlem ve devamı 1/2 4 de

$x = R - (R^2 - y^2)^{1/2}$

$x = \frac{y^2}{2R} + \frac{1}{2^2}\frac{y^4}{2!R^3} + \frac{1}{2}\frac{3\cdot y^6}{2^3 1/3! R^5} + A$

$x = R - R\left(1 - \frac{y^2}{R^2}\right)^{1/2}$ ——— $x \simeq \frac{y^2}{2R}$

$y^2 = 4fx \Rightarrow$ ~

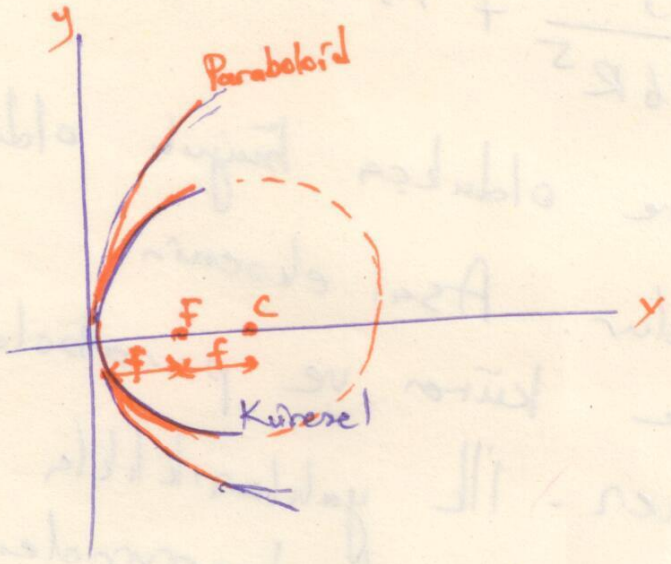
$y^2 = 2Rx$

$f = R/2$ olunca $2Rx = 4fx$

(4)

$$y^2 + (x-R)^2 = R^2$$

(1) $$x = \frac{y^2}{2R} + \frac{1}{2!}\frac{y^4}{2!R^3} + \frac{1}{2}\frac{3y^6}{2^3 3! R^5} + \cdots$$



Tepe noktası, koordinat merkezinde ve odağı sağa doğru f uzaklığında olan bir parabolün

(2) $$y^2 = 4fx$$

denklemi gözönüne alınınca, bu ifade anlamlı hale gelir.

(1) ve (2) nin karşılaştırılmasıyla

$$4fx = 2Rx$$

$$f = \frac{R}{2} \quad \text{ise} \quad ,$$ bu seride

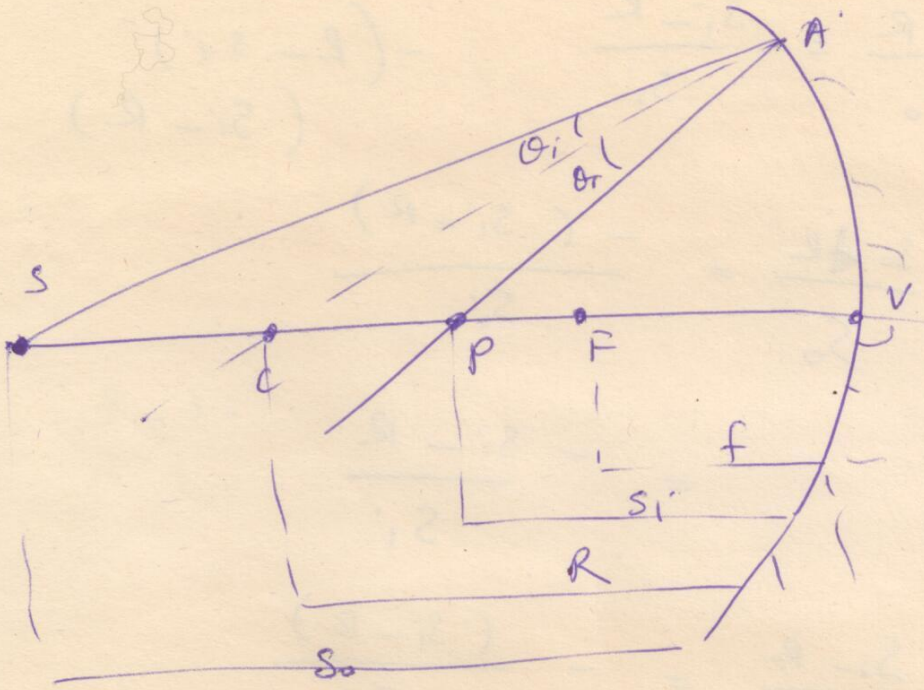
(5)

ilk katkının parabolik gerr kalan terimlerin sapmayı temsil ettiği düşünülebilir. Bu sapma Δx ile gösterilirse

$$\Delta x = \frac{y^2}{8R^3} + \frac{y^6}{16R^5} + \Lambda$$

olur. y, R ye göre oldukça küçük olduğunda bu fark önemli olur. Asal eksenin yakınındaki bölgede küre ve paraboloid şekli ayırt edilemez. İlk yaklaşıklıkla küresel aynaların yakın eksensel teorisinden söz edilirse, paraboloidlerin benzer görüntü lemesi incelenirken, çıkarılan sonuçlar tekrar kullanılabilir. Fakat gerçek kullanımda y böyle sınırlandırılamayacağı için kusurlar gözlenir. Aslında küresel olmayan yüzeyler, eksenel nokta çiftleri için mükemmel görüntü verirler onlarında görüntü kusurları olur.

Ayna Bağıntıları



- İç bükey bir küresel ayna

$\theta_i = \theta_r$ olduğundan

$S\hat{A}P$, CA ile ikiye bölünür

$S\hat{A}P \Rightarrow$ SP kenarını orantılı bir şekilde iye böler.

$$\frac{\overline{SC}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{CP}}{PA}$$

s_o, s_i sol tarafta olduğundan + dir.

Ancak,

$SC = s_o - |R|$ $\quad CP = |R| - s_i$

$|R| = -R$ iç bükey

$SC = s_o + R$ $\quad CR = -(s_i + R)$

$SA \cong S_o$ $\quad \overline{PA} = S_i$ dir.

$$\frac{S_o - R}{S_o} = \frac{S_i' - R}{S_i'} \qquad -(R - S_i')$$
$$(S_i' - R)$$

S_o ve S_i sağda oldukları için pozitiftir. $|R| = -R$ olur.

$$\frac{S_o + R}{S_o} = \frac{-(S_i' + R)}{S_i'}$$

$$= -\frac{S_i' - R}{S_i'} \qquad -1 - \frac{R}{S_i'}$$

$$\frac{S_o - R}{S_o} = -\frac{(S_i - R)}{S_i'}$$

$$1 - \frac{R}{S_o} = -1 + \frac{R}{S_i}$$

$$\boxed{\frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} = -\frac{2}{R}}$$

$$-\frac{R}{S_o} - \frac{R}{S_i} = -2$$

Buna çoğu kez ayna bağıntısı denir.

İç bükey ($R<0$) dış bükey ($R>0$) aynaların her ikisine de uygulanabilir. Birinci veya ortak odağı $\lim_{S_i \to \infty} S_o = f_o$ şeklinde tanımlanır.

ikinci veya görüntü odağı ise,

$$\lim_{S_o \to \infty} S_i = f_i$$

bağıntısı ile verilir.

$$\frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} = -\frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{f_o} + \frac{1}{\infty} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{f_i} = -\frac{2}{R}$$

$f_o = f_i = -R/2$ olduğu bilindiğinden

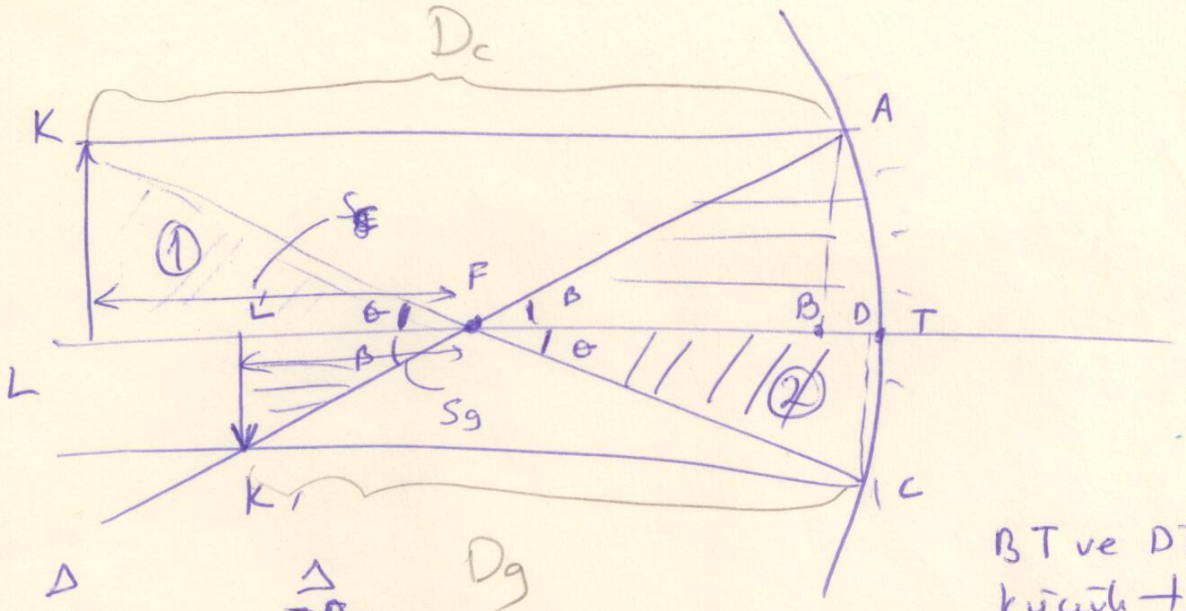
$$\frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{f}$$

İç bükey aynalar $R<0$ için f +,

Dış bükey " $R>0$ " f − dir.

ÇUKUR AYNA

(9) (1)'



$\triangle KFL \sim \triangle FDC$

BT ve DT çok küçüktür.

Bu nedenle

FT = FB = FD = f alınabilir.

$$\frac{H_c}{H_g} = \frac{S_c}{S_g} \quad (1)$$

S_g : görüntünün odağa uzaklığı

S_c : cismin odağa uzaklığı.

D_g : Görüntünün aynaya uzaklığı

D_c : Cismin aynaya uzaklığı

$\triangle AFB \sim \triangle K'FL'$

$$\frac{H_c}{H_g} = \frac{f}{S_g} \quad (2)$$

1 ve 2 'den

$$\frac{f}{S_g} = \frac{S_c}{S_g}$$

(10) (2)

$\triangle KLF \sim \triangle FDC$ benzerliğinden;

$$\frac{|CD|}{|KL|} = \frac{|DF|}{|LF|} \Rightarrow \frac{H_g}{H_c} = \frac{f}{D_c - f} \quad (3)$$

$\triangle AFB \sim \triangle K'FL'$

$$\frac{|K'L'|}{|AB|} = \frac{|L'F|}{|FB|} \Rightarrow \frac{H_g}{H_c} = \frac{D_g - f}{f} \quad (4)$$

3 ve 4 birleştirilirse

$$\frac{f}{D_c - f} = \frac{D_g - f}{f}$$

$$f^2 = (D_g - f)(D_c - f)$$

$$f^2 = D_g D_c - D_g f - D_c f + f^2$$

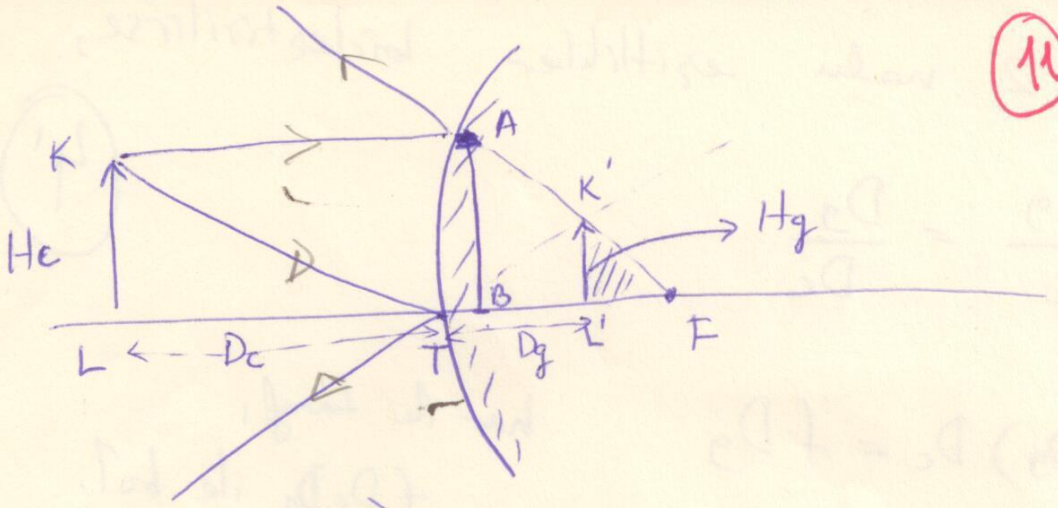
~~$D_g D_c = f(D_g + D_c)$~~

$$\frac{D_g D_c}{f D_c D_g} = \frac{\cancel{f(D_g} - f D_g + f D_c}{f D_c D_g}$$

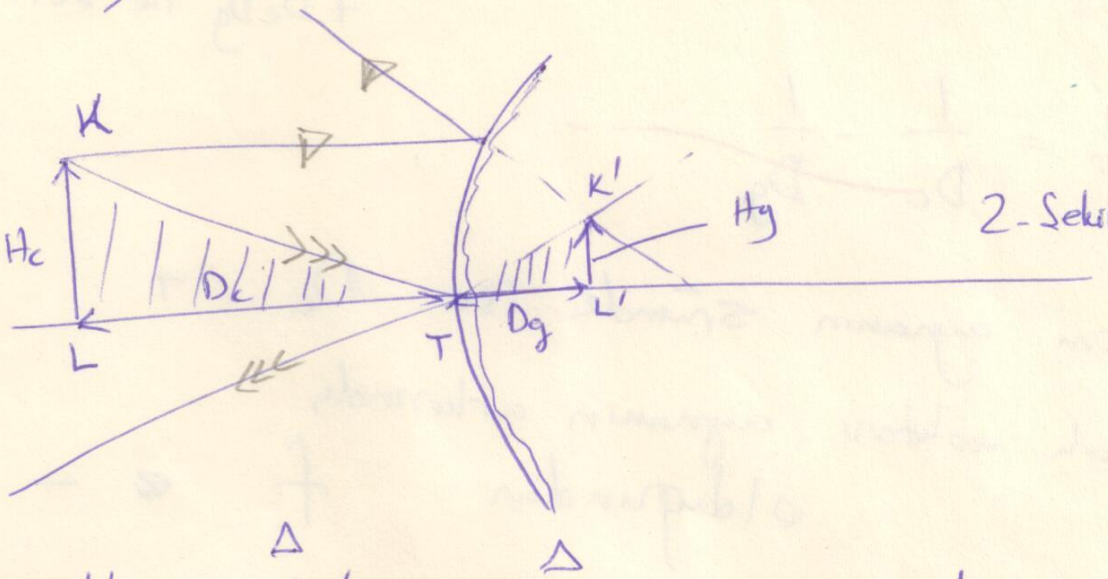
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_c} + \frac{1}{D_g}$$

Cisim aynanın önünde ise D_c (+) alınır. Çukur aynada f + alınır. D_g (+) çıkarsa görüntü gerçek " (-) " " sanaldır.

(11) (3')



1. Şekil



2. Şekil.

1. Şekilden $FK'L' \sim FAB$ benzerliğinden

$$\frac{|K'L'|}{AB} = \frac{|L'F|}{FB}$$ ve $\overline{TB}$ çok küçük olduğundan $FB = FT = f$ alınabilir.

$$\frac{H_g}{H_c} = \frac{f - D_g}{f} \quad (1)$$

2. Şekilden

$$\frac{K'L'}{KL} = \frac{L'T'}{LT} \qquad \frac{H_g}{H_c} = \frac{D_g}{D_c} \quad (2)$$

(17) 1 ve (2) nolu eşitlikler birleştirilirse;

(4')

$$\frac{f - D_g}{f} = \frac{D_g}{D_c}$$

$(f - D_g) D_c = f D_g$ her iki tarafı $f D_c D_g$ ile böl.

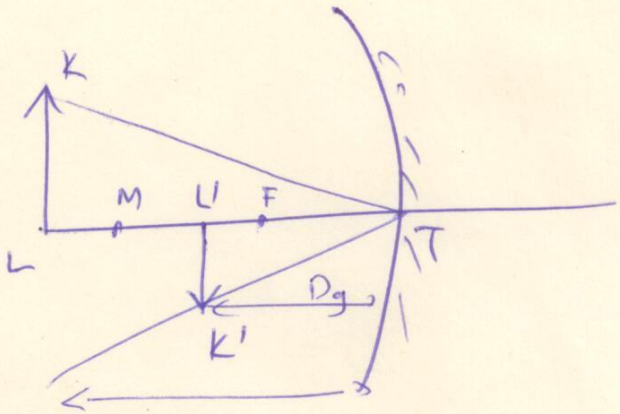
$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{D_c} - \frac{1}{D_g}$$

Cisim aynanın önünde ise D_c +

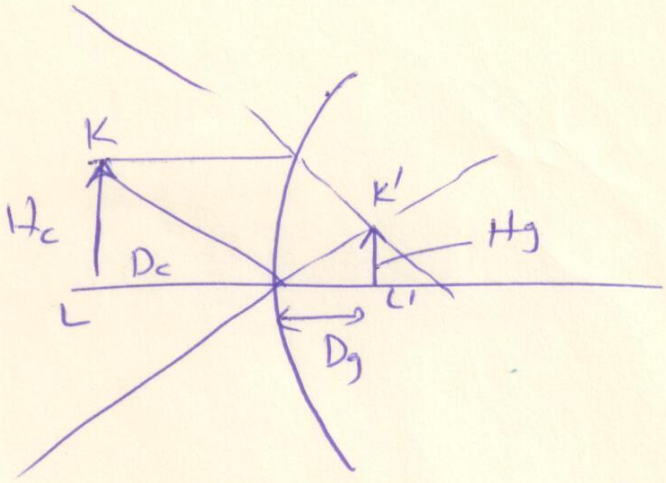
Odak noktası aynanın arkasında olduğundan f -

görüntü her zaman aynanın arkasında olduğundan D_g -

Küresel Aynalarda Boyca Büyütme (13) (5)'



Çukur ayna



Tümsek Ayna

Her iki ayna için

$\triangle KLT$ ve $\triangle K'L'T$ benzerliğinden

$$\frac{|K'L'|}{|KL|} = \frac{|L'T|}{|LT|}$$ yazılabilir.

görüntünün boyunun cismin boyuna oranı

$$m = \frac{H_g}{H_c} = \frac{(\pm) D_g}{D_c}$$

görüntü gerçek ise D_g +) sanal ise D_g - alınır. m - ise görüntü dik ve sanal

m + " " ters ve gerçektir

İç Bükey

Cisim	Görüntü			
Konumu	Türü	Konumu	Yönelimi	Büyüklüğü
$\infty > S_o > 2f$	Gerçek	$f < S_i < 2f$	Ters	Küçük
$S_o = 2f$	Gerçek	$S_i = 2f$	Ters	Aynı boyda
$f < S_o < 2f$	Gerçek	$\infty > S_i > 2f$	Ters	Büyük
$S_o = f$		$\neq \infty$		
$S_o < f$	Zahiri	$\lvert S_i \rvert > S_o$	Doğru	Büyük
	DIŞ Bükey			
Herhangi bir yerde	Zahiri	$\lvert S_i \rvert < f$, $S_o > \lvert S_i \rvert$	Doğru	Küçük

Tümsek bir ayna ara sokakların kesiştiği bir noktada araçların emniyetli geçişini sağlamak için yüksekçe bir yere asılmıştır. Aynanın eğrilik yarıçapı 1 m olduğuna göre, aynadan 20 m uzaklıktaki bir aracın görüntüsünün aynaya olan uzaklığı kaç m' dir.

$$f = \frac{R}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ m}.$$

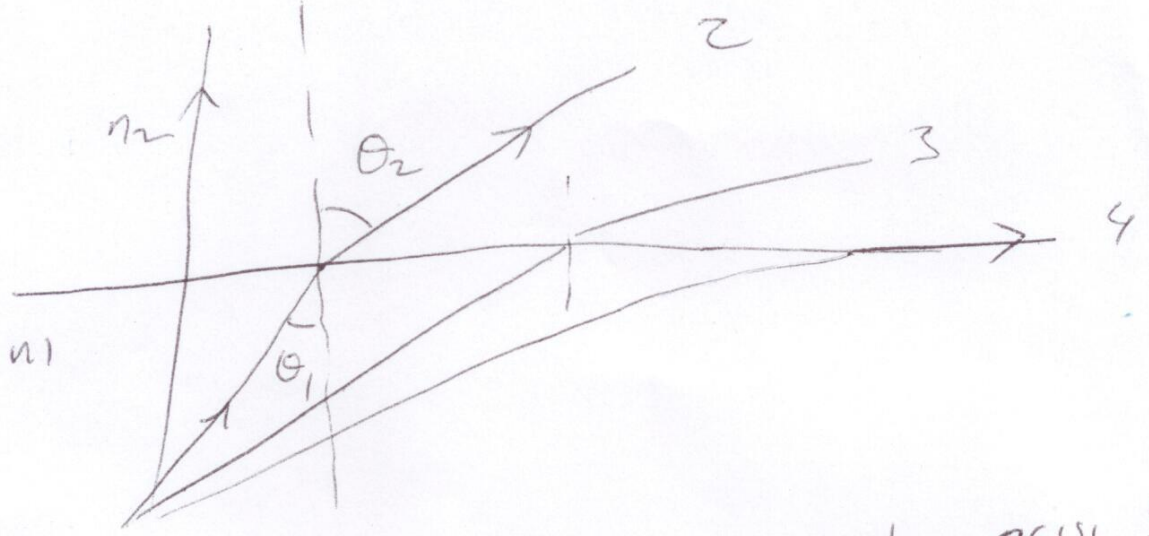
görüntü aynaya uzaklığı

$$\frac{1}{-f} = \frac{1}{Dc} + \frac{1}{Dg}$$

$$\frac{1}{-0,5} = \frac{1}{20} + \frac{1}{Dg}$$

$$Dg = \frac{-20}{41} \text{ olur}.$$

Toplam iç yansıma.



geliş açısı θ_1 artarken, kırılma açısı 90° ye kadar artar. (4). Daha büyük geliş açıları için toplam iç yansıma olur. (5) 90° ye eşit yansıma açısı meydana getiren geliş açısına kritik açı θ_c denir. Bu kritik geliş açısı değerinde gelen ışığın enerjisinin tamamı yansımıştır.