

Diferansiyel Denklemler I

Çalışma Soruları –3 19.12.2014

A. Aşağıdaki diferansiyel denklemlerin çözümlerini bulunuz.

1. $x dy - (y + y^2) dx = 0$	7. $xy' + y = \ln(y')$
2. $2y' + y = \frac{e^x}{y}$, $y(0) = 1$	8. $x^3 y' - y^2 - x^2 y = 0$
3. $x + 2xyy' = \frac{1}{\ln(x + y^2)}$	9. $xy'^2 + yy' = xy' + y$
4. $y' - e^{x+y} + e^x = 0$	10. $x - \frac{y}{y'} = y'^2$
5. $yy' - x^2 y'^2 = 0$	11. $(x - xy) dy - (y + y^2) dx = 0$
6. $(x^2 - y)y' + x = 0$	12. $y = xy'^2 + 1$

Not: Çözüm metodu olarak: “Tam dif.denk”. ve “integrasyon çarpanı belirleyerek Tam dif. hale getirme” sınıflandırma ve metotları kullanılmayacak!

B. $y' = 1 + \frac{y}{x} - \frac{y^2}{x^2}$ denkleminin $y_1 = x^k$ şeklinde bir özel çözümünü belirleyerek genel çözümünü bulunuz.

C. Aşağıdaki denklemlerin C-diskriminant eğrilerini belirleyiniz, integral eğrilerinin zarfı var mı? varsa bulunuz, sonuç olarak tekil çözüm hakkında ne söylenebilir? Açıklayınız.

1. A10 daki denklem	2. $y - xy' = e^{y'}$ (önce genel çözüm bulunacak)
---------------------	--

D. $y' = \sqrt{xy}$ denkleminin aşağıdaki başlangıç koşullarını sağlayan çözümlerinin varlık ve tekliğini araştırınız

Not: “yöntem olarak: yalnızca V-T. Teoremleri kullanılacak”; “Teoremlerin sonuç vermediği durumlar, bu durumda ne söylenebileceği ile birlikte açıklanmalı”; “Genel çözümler bulunmayacak”

$$1. y(1) = 1 \quad , \quad 2. y(0) = 1 \quad , \quad 3. y(-1) = -\frac{1}{2}$$



Çözümler...

(son güncelleme : 19.12.2014)

2/13

Not: Çözümler-Yol göstermeler kontrol amaçlıdır, yazım hatası - eksiklikler vs.. olabilir..
kendi çözümlerinizi mutlaka karşılaştırınız..

Bazı soruların tam çözümleri yapılacak, bazılarının ise yol göstermelerle birlikte genel çözümler sorunun başında verilecektir. $y' = \frac{dy}{dx} = p$ gösterimini kullanacağız!

A1. $x dy - (y + y^2) dx = 0$: $y = \frac{cx}{1-cx}$

I. yol : Değişkenlerine Ayrılabilir Denklem : $\int \frac{1}{y+y^2} dy = \int \frac{1}{x} dx$ ($y \neq 0, -1$)

II.yol : Bernoulli Denklemi: Denklemin her iki tarafı $x dx$ e bölünürse,

$$y' - \frac{1}{x}y = \frac{1}{x}y^2$$

$$y' + p(x)y = q(x)y^n$$
$$\Rightarrow p(x) = -\frac{1}{x}, q(x) = \frac{1}{x}$$

III.yol : Guruplandırma:

$$\underbrace{x dy - y dx}_{=x^2 d(\frac{y}{x})} = y^2 dx \Rightarrow \frac{1}{\left(\frac{y}{x}\right)^2} d\left(\frac{y}{x}\right) = dx$$

A2. (Bernoulli Denklemi)

$$2y' + y = \frac{e^x}{y}$$
$$\Rightarrow y' + \frac{y}{2} = \frac{e^x}{2y} \quad (1)$$

$$y' + p(x)y = q(x)y^n \Rightarrow p(x) = \frac{1}{2}, q(x) = \frac{e^x}{2}$$

(1) denkleminin her iki tarafını y ile çarpalım, daha sonra aşağıdaki dönüşümü yapalım:

$$\Rightarrow yy' + \frac{1}{2}y^2 = \frac{e^x}{2}$$

$$y^2 = z, z = z(x)$$
$$2yy' = z'$$



$$\Rightarrow \frac{1}{2}z' + \frac{1}{2}z = \frac{e^x}{2}$$

$$\Rightarrow \text{her iki tarafı 2 ile çarpıyoruz} \quad z' + z = e^x \quad (\text{lineer denklem})$$

$$\Rightarrow y' + \bar{p}(x)y = \bar{q}(x) \Rightarrow \bar{p}(x) = 1, \bar{q}(x) = e^x$$

Şimdi lineer denklemi, $z = uv$ dönüşümü ile çözelim:

$$z = uv, u = u(x), v = v(x)$$

$$z' + z = e^x$$

$$z' = u'v + uv'$$

$$\left. \begin{array}{l} z = uv, u = u(x), v = v(x) \\ z' + z = e^x \\ z' = u'v + uv' \end{array} \right\} \Rightarrow u'v + uv' + uv = v \underbrace{(u' + u)}_{=0} + uv' = e^x$$

$$\Rightarrow u' + u = 0$$

$$\Rightarrow u = e^{-\int \bar{p}(x)dx} = e^{-\int dx} = e^{-x}$$

(dikkat, integral sabiti 0 seçiliyor)

$$\Rightarrow uv' = e^x \Rightarrow v' = e^x e^x = e^{2x} \Rightarrow v = \int e^{2x} dx$$

$$\Rightarrow v = \frac{1}{2}e^{2x} + c \quad (v \text{ nin tespitinde: } c \text{ integral sabitini eklemeyi UNUTMAYINIZ!})$$

$$\Rightarrow z = uv \text{ den } z = e^{-x} \left(\frac{1}{2}e^{2x} + c \right)$$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{z=y^2 \text{ idi}}$$

$$y^2 = \frac{1}{2}e^x + ce^{-x}$$

[Genel Çözüm]

Şimdi denklemin verilen Başlangıç-Koşulundan sağlayan çözümünü bulalım.

$$\left. \begin{array}{l} y(0) = 1 \\ \text{yani } x = 0 \text{ için } y = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{genel çözümden: } 1^2 = \frac{1}{2}e^0 + ce^{-0} \Rightarrow c = \frac{1}{2}$$

$$\text{O halde istenilen çözüm: } y^2 = \frac{1}{2}e^x + \frac{1}{2}e^{-x}$$



$$\text{A3. } x + 2xyy' = \frac{1}{\ln(x + y^2)} : (x + y^2)(-1 + \ln(x + y^2)) = c + \ln|x|$$

$$x \underbrace{(1 + 2yy')}_{=u'} = \frac{1}{\ln \underbrace{(x + y^2)}_{=u}}$$

⇓

$$xu' = \frac{1}{\ln u}$$

$$x + y^2 = u$$

⇓ (x-e göre türev)

$$1 + 2yy' = u'$$

$$\text{A4. } y' - e^{x+y} + e^x = 0 : \ln \left| \frac{1 - e^{-y}}{1 - e} \right| = 1 - e^x$$

Değişkenlerine Ayrılabilir Denklem :

$$y' - e^x e^y + e^x = 0 \Rightarrow y' = e^x (e^y - 1)$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{e^y - 1} dy = \int e^x dx \quad (y \neq 0)$$

A5. (Birinci Mertebeden Türeve göre Çözilemeyen (Kapalı formda) Denklem / Çarpanlara Ayırma M.) $yy' - x^2 y'^2 = 0$

$$yp - x^2 p^2 = 0 \Rightarrow p(y - px^2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} p = 0 & \Rightarrow y' = 0 & (1) \\ y - px^2 = 0 & \Rightarrow y - y'x^2 = 0 & (2) \end{cases}$$

Şimdi (1) ve (2) denklemlerini ayrı ayrı çözelim:

$$(1) : y' = 0 \xRightarrow{\text{in G.Ç.}} y = c_1$$

$$(2) : y - y'x^2 = 0 \Rightarrow \int \frac{1}{y} dy = \int \frac{1}{x^2} dx \quad (y \neq 0) \xRightarrow{\text{in G.Ç.}} y = c_2 e^{-1/x}$$



(1) ve (2) nin G.Ç. den

$$(y - c_1)(y - c_2 e^{-1/x}) = 0 \quad [\text{Çözüm}]$$

$$\text{A6. } (x^2 - y)y' + x = 0 : 2x^2 + 1 = 2y + ce^{-2y}$$

Bernoulli Denklem (x in y-e göre):

$$\frac{dx}{dy} + x = -\frac{y}{x}$$

$$\frac{dx}{dy} + p(y)x = q(y)x^n$$

$$\Rightarrow p(y) = 1, q(y) = -y$$

A7. (Lagrange Denklemi) $xy' + y = \ln(y')$

$$xp + y = \ln p \Rightarrow y = -xp + \ln p \quad (1)$$

$$y = x\varphi(p) + \psi(p) \quad (\text{Lagrange D.})$$

$$\Rightarrow \varphi(p) = -p, \psi(p) = \ln p$$

Şimdi (1) de $p = p(x)$ olarak düşünüp, denklemin her iki tarafının x -e göre türevini alalım:

$$\underbrace{\frac{dy}{dx}}_{=p} = -p - x \frac{dp}{dx} + \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} \Rightarrow \left(-x + \frac{1}{p}\right) \frac{dp}{dx} = 2p$$

Şimdi son denklemin her iki tarafını p ye böleceğiz ve düzenlediğimizde lineer bir denklem edeceğiz! [$p = 0$ durumunu incelemek gerekir ise: denklemin bu durumda tanımsız olacağı açıktır, dolayısıyla bu durumdan bir çözüm elde edilemez!]

$$\Rightarrow_{p \neq 0} \frac{dx}{dp} + \frac{1}{2p} x = \frac{1}{2p^2}$$

(x in p ye göre lineer denk.)

$$\frac{dx}{dy} + r(p)x = q(p)$$



Lineer denklemin G.Ç.:

$$x = -\frac{1}{p} + \frac{c}{\sqrt{p}}$$

İnceleyip ara işlemleri yapınız!

Kontrol için: $x = uv$ dönüşümünden

$$u = \frac{1}{\sqrt{p}}, v = -\frac{1}{\sqrt{p}} + c \text{ bulmalısınız!}$$

6/13

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{p} + \frac{c}{\sqrt{p}} & (2) \\ y = -xp + \ln p & (1) \end{cases}$$

Son olarak (2) deki x i, (1) de yerine yazılır ve düzenlenirse,

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{p} + \frac{c}{\sqrt{p}} \\ y = 1 - c\sqrt{p} + \ln p \end{cases}$$

Parametrik Çözüm elde edilir.

$$\mathbf{A8.} \quad x^3 y' - y^2 - x^2 y = 0 : \quad x^2 - y = cxy$$

Bernoulli Denklem:

$$y' - \frac{1}{x}y = \frac{1}{x^3}y^2$$

$$y' + p(x)y = q(x)y^n$$

$$\Rightarrow p(x) = -\frac{1}{x}, \quad q(x) = \frac{1}{x^3}$$

$$\mathbf{A9.} \quad xy'^2 + yy' = xy' + y : (y - x - c_1)(xy - c_2) = 0$$

Birinci Mertebeden Türeve göre Çözilemeyen (Kapalı formda) Denklem /

$$\text{Çarpanlara Ayırma M.} \Rightarrow (y' - 1)(y' + \frac{y}{x}) = 0$$



A10. ($x = \varphi(y, p)$ Formundaki Denklem) $x - \frac{y}{y'} = y'^2$

7/13

$$x = p^2 + \frac{y}{p} \quad (1)$$

Şimdi (1) de $p = p(y)$ olarak düşünüp, denklemin her iki tarafının y -ye göre türevini alalım:

$$\underbrace{\frac{dx}{dy}}_{=1/p} = 2p \frac{dp}{dy} + \frac{1}{p} - \frac{y}{p^2} \frac{dp}{dy}$$

$$\Rightarrow \left(2p - \frac{y}{p^2}\right) \frac{dp}{dy} = 0 \quad (2)$$

Şimdi (2) nin çözümü ile ilgileneceğiz:

$$I.Durum: \left(2p - \frac{y}{p^2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2p^3 - y}{p^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 2p^3 - y = 0 & (3) \\ x = p^2 + \frac{y}{p} & (1) \end{cases}$$

(3) den p çekilir, (1) de yerine yazılıp düzenlenirse; $y = 2\left(\frac{x}{3}\right)^{3/2}$ elde edilir. Dikkat edilirse

bu denklemin bir çözümüdür.

$$II.Durum: \frac{dp}{dy} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} p = c & (4) \\ x = p^2 + \frac{y}{p} & (1) \end{cases}$$

Dikkat edilirse, yukarıdaki bağıntılarda p yi yok elde etmek mümkün: (4) deki p , (1) de yerine yazılırsa;

$$\Rightarrow x = c^2 + \frac{y}{c} \quad [\text{Genel Çözüm}]$$



A11. (Darboux Denklemi)

$$(x - xy)dy - (y + y^2)dx = 0 \Rightarrow$$

$$-y^2dx - xydy + (xdy - ydx) = 0$$

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy + P(x, y)(xdy - ydx) = 0$$

$$M(tx, ty) = -t^2y^2 = t^2M, N(tx, ty) = -t^2xy = t^2N$$

$\Rightarrow M, N$: 2.mertebeden, P :0.mertebeden
homojen fonksiyonlar (Darboux D.)

$y = xz$ dönüşümü, $xdy - ydx = x^2d\left(\frac{y}{x}\right) = x^2dz \Rightarrow dy = zdx + xdz$ denklemde yazalım:

$$\Rightarrow -(xz)^2dx - x(xz)(zdx + xdz) + x^2dz = 0$$

$$\Rightarrow -2x^2z^2dx - x^2zxdz = -x^2dz, \text{ şimdi her iki tarafı } \frac{1}{-2x^2z^2dz} \text{ ile çarpalım } (z \neq 0)$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dz} + \frac{1}{z}x = -\frac{1}{2z^2} \quad (\text{Lineer D.}) \text{ elde edilir.}$$

Bu denklem çözülür ise $x = \frac{1}{z} \left(-\frac{1}{2} \ln|z| + c \right)$ bulunur, $z = \frac{y}{x}$ idi

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2} \ln \left| \frac{y}{x} \right| + c \quad [\text{Genel Çözüm}]$$

($z = 0$ dan çözüm gelir mi? inceleyiniz.)

$$\text{A12. } y = xy'^2 + 1 : y = 1 + x(1 - c\sqrt{x})^2$$

I. yol : Birinci Mertebeden Türeve göre Çözümeyen Denklem /

$$y = \varphi(x, p), \text{ özel olarak Lagrange Denklemi } y = x\varphi(p) + \psi(p)$$

$$\text{II. yol : } y = xy'^2 + 1 \Rightarrow y' = \pm \frac{\sqrt{y-1}}{\sqrt{x}}$$

Değişkenlerine Ayrılabilir Denklem

B. (Riccati denklemi) Öncelikle, $y' = 1 + \frac{y}{x} - \frac{y^2}{x^2}$ denkleminin özel çözümünde (yani

$y_1 = x^k$ da) sözü geçen k yı belirleyelim: y_1 denklemini sağlar



$$\Rightarrow y_1' = 1 + \frac{y_1}{x} - \frac{y_1^2}{x^2} \text{ den } kx^{k-1} = \underset{=x^0}{1} + \frac{x^k}{x} - \frac{x^{2k}}{x^2}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow kx^{k-1} &= x^0 + x^{k-1} - x^{2k-2} \\ &= (x^{-k+1} + 1 - x^{k-1})x^{k-1} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow k = x^{-k+1} + 1 - x^{k-1} \text{ den } k = 1 \text{ olduğu görülür!}$$

I.Aşama: Şimdi denklemi, $y = z + y_1$ dönüşümü ile bir Bernoulli denk.i haline getirelim:

$$\left. \begin{aligned} y &= z + x, \quad z = z(x) \\ y^2 &= z^2 + 2xz + x^2 \\ y' &= z' + 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y' + \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x} = 1$$

$$\Rightarrow z' + 1 + \frac{z^2 + 2xz + x^2}{x^2} - \frac{z + x}{x} =$$

$$= z' + \frac{1}{x^2}z^2 + \left(\frac{2}{x} - \frac{1}{x}\right)z + 1 - 1 + 1 = 1$$

$$\Rightarrow z' + \frac{1}{x}z = -\frac{1}{x^2}z^2 \quad (\text{Bernoulli denklemi})$$

II.Aşama: Şimdi Bernoulli denk.i, lineer denk. haline getirip çözelim:

Bernoulli denk.nin her iki tarafını z^2 ile bölelim, daha sonra aşağıdaki dönüşümü yapalım:

$$\Rightarrow \frac{1}{z^2}z' + \frac{1}{x}z^{-1} = -\frac{1}{x^2}$$

$$\begin{aligned} z^{-1} &= u, \quad u = u(x) \\ -z^{-2}z' &= u' \end{aligned}$$

$$\Rightarrow -u' + \frac{1}{x}u = -\frac{1}{x^2}$$

$$\text{her iki tarafı } -1 \text{ ile çarpıyoruz} \Rightarrow u' - \frac{1}{x}u = \frac{1}{x^2} \quad (\text{lineer denklem})$$

$$\Rightarrow y' + \bar{p}(x)y = \bar{q}(x) \Rightarrow \bar{p}(x) = -\frac{1}{x}, \quad \bar{q}(x) = \frac{1}{x^2}$$

Şimdi lineer denklemi, *integrasyon çarpanı bulma metodu* ile çözelim :

S.İlter, <http://aves.istanbul.edu.tr/ilters>



$$v = e^{\int \bar{p}(x) dx} = e^{-\int \frac{1}{x} dx} = e^{-\ln x} = \frac{1}{x} \text{ bulunur.}$$

Şimdi lineer denklemin her iki tarafını $v = \frac{1}{x}$ ile çarpalım:

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{1}{x} u' - \frac{1}{x^2} u}_{=(vu)' = \left(\frac{1}{x} u\right)'} = \frac{1}{x^3}$$

oldugu görülür!

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{x} u\right)' = \frac{1}{x^3}$$

Şimdi son denklemin her iki tarafının integralini alalım:

$$\frac{1}{x} u = \int \frac{1}{x^3} dx \Rightarrow \frac{1}{x} u = -\frac{1}{2x^2} + 2c$$

$$\Rightarrow u = x \left(-\frac{1}{2x^2} + 2c \right)$$

$$\underbrace{u = \frac{1}{z} = \frac{1}{y-x}}_{\Rightarrow} \text{ idi } \frac{1}{y-x} = x \left(-\frac{1}{2x^2} + 2c \right), \text{ düzenlenirse::}$$

$$\Rightarrow y = x + \frac{2x}{-1 + cx^2} \quad [\text{Genel Çözüm}]$$

C1. $x - \frac{y}{y'} = y'^2$ denkleminin genel çözümü: $x = c^2 + \frac{y}{c}$ idi.



$$\left. \begin{aligned} \phi &= x - c^2 - \frac{y}{c} = 0 \quad (1) \\ \phi_c &= -2c + \frac{y}{c^2} = 0 \quad (2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow (2) \text{ den } c \text{ çekilir } 2c = \frac{y}{c^2} \Rightarrow c^3 = \frac{y}{2} \\
 \Rightarrow (1) \text{ düzenlenip, bu değer kullanılırsa,} \\
 \Rightarrow \phi = x = c^2 + \frac{y}{c} = \frac{c^3 + y}{c} \Rightarrow cx = \frac{y}{2} + y = \frac{3y}{2} \\
 \Rightarrow \text{küpünü alalım, } \underbrace{c^3}_{=y/2} x^3 = \frac{27y^3}{8} \\
 \Rightarrow 4x^3 - 27y^2 = 0 \quad (\text{C-dis. eğri})$$

Şimdi C-dis. Eğrisi: integral eğrilerin zarfı olabilir mi araştıralım. Derste verilen yeter koşulun sağlanıp sağlanmadığına bakacağız:

$$\begin{vmatrix} \phi_x & \phi_y \\ \phi_{xc} & \phi_{yc} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{c} \\ 0 & \frac{1}{c^2} \end{vmatrix} = \frac{1}{c^2} \neq 0, \quad \phi_{cc} = -2 - \frac{2y}{c^3} \neq 0 \quad (y \neq c^3 \text{ için})$$

$\Rightarrow$ Teoremin koşullar sağlanacaktır

$\Rightarrow 4x^3 - 27y^2 = 0$: int. eğrilerinin zarfıdır $\Rightarrow$ Tekil çözümdür.

(Ek gözlem: zarf varsa: c-dis. tarafından içerileceğinden, int. eğrilerin başka zarfı yoktur diyebiliriz.)

C2. (Clairaut denklemi) $y = xp + e^p \quad (1) \Rightarrow y = xp + \psi(p).$

Şimdi (1) de $p = p(x)$ olarak düşünüp, denklemin her iki tarafının x -e göre türevini alalım:

$$\underbrace{\frac{dy}{dx}}_{=p} = p + x \frac{dp}{dx} + e^p \frac{dp}{dx} \Rightarrow (x + e^p) \frac{dp}{dx} = 0$$

$\Rightarrow (x + e^p = 0) \vee \left(\frac{dp}{dx} = 0 \right) \Rightarrow$ bu soruda amaç genel çözümü belirlemek olduğu için

$\frac{dp}{dx} = 0$ bölümünden devam edelim.

$$\left. \begin{array}{l} p = c \\ y = xp + e^p \quad (1) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Genel çözüm: } y = cx + e^c$$

$$\left. \begin{array}{l} \phi = y - cx - e^c = 0 \quad (2) \\ \phi_c = -x - e^c = 0 \quad (3) \end{array} \right\} \Rightarrow (3) \text{ den } c \text{ çekilir } -x = e^c \Rightarrow c = \ln(-x) \\ \Rightarrow (2) \text{ yazılırsa, } y - x - x \ln(-x) = 0 \quad (\text{C-dis. eğri})$$

Şimdi C-dis. Eğrisi: integral eğrilerin zarfı olabilir mi araştıralım. Derste verilen yeter koşulun sağlanıp sağlanmadığına bakacağız:

$$\begin{vmatrix} \phi_x & \phi_y \\ \phi_{xc} & \phi_{yc} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -c & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \neq 0, \quad \phi_{cc} = -e^c \neq 0 \Rightarrow \text{Teoremin koşullar sağlanacaktır}$$

$\Rightarrow y - x - x \ln(-x) = 0$: intg.eğrilerinin zarfıdır $\Rightarrow$ Tekil çözümdür.

D. $y' = f(x, y)$,

$$\left. \begin{array}{l} f = \sqrt{xy} \\ \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{x}{2\sqrt{xy}} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Bu fonksiyonlar } G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x > 0, y > 0) \vee (x < 0, y < 0)\} \text{ de Süreklidir.}$$

ve

$0 < \varepsilon < 1$ için $(1,1)$ in civarı G nin içerisinde kalır yani $U_\varepsilon(1,1) \subseteq G$

$\Downarrow$ Varlık-Teklik Teo.(Sonuç Teorem) den, $D = U_\varepsilon(1,1)$

Denklemin; $y(1) = 1$ koşulunu sağlayan $x_0 = 1$ in **bir civarında**

$(\{x \in \mathbb{R} : |x - 1| < h\}, h \text{ yeterince küçük})$ çözümü **var** ve **tek**dir.

$(0,1)$ noktası için: süreklilik bozulacağından; derste Sonuç Teorem olarak verilen Varlık-Teklik Teoreminin koşulları sağlanmayacaktır. Dolayısıyla bu Teo. uygulanamaz ve çözümün varlığı-tekliği hakkında bir şey söyleyemeyiz.



[Ek gözlem: Şimdi özel olarak yalnızca Varlık Teo (Peano) bakarsak $((0,1)$ de: $\frac{\partial f}{\partial y}$ tanımsız ancak f tanımlı, bu nedenle çözümün varlığını inceleme gereği duyduk) : f fonksiyonu $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x \geq 0, y > 0) \vee (x \leq 0, y < 0)\}$ da süreklidir. Dikkat edilirse, $(0,1)$ bu kümenin elemanıdır ancak, bu küme $(0,1)$ in bir civarını içermez. (gözlemlemek gerekir ise: $x = 0$ in $\mathbb{R}$ deki her civarında negatif değerler de bulunur $\Rightarrow$ “ $x_0 < 0$ için kümenin tanımı gereği $(x_0,1)$ noktasını içermez”) . O halde **Varlık-Teo**.nin koşulu sağlanmaz dolayısıyla sadece çözüm varlığı hakkında bir şey söyleyemiyoruz.]

$(-1, -\frac{1}{2})$ noktası için: $(1,1)$ için yapılanlara *benzer şekilde* (ancak bu sefer, $0 < \varepsilon < \frac{1}{2}$ alınacak), denklemin; $y(-1) = -1$ koşulunu sağlayan $x_0 = -1$ in **bir civarında** $(\{x \in \mathbb{R} : |x+1| < h\}, h \text{ yeterince küçük})$ çözümü **var** ve **tektir**.

