

İ.Ü.Fen Fakültesi Matematik Bölümü 27.05.2016
Kısmi Diferansiyel Denklemler
Final Soruları

Yrd.Doç.Dr.Serkan İLTER / İ.Ü. Matematik
Süre: **70'** BAŞARILAR..

Ad-Soyad:

Numara:

İmza:

SORU1. (30p) $(p^3 + q^3)y = q^2u$ denkleminin Lagrange-Charpit yöntemiyle tam integralini belirleyiniz.

SORU2. (30p) $(\cos^2 x)u_{xx} + (\sin 2x)u_{xy} + (\sin^2 x)u_{yy} = y$ denklemini sınıflandırıp daha sonra uygun koordinat dönüşümleri belirleyerek Kanonik forma getiriniz.

SORU3. (15p) $L[u] = u_{xy} - au_x + bu$ operatörü verilsin. $M = -auv - uv_y$, $N = u_xv$ olmak üzere Lagrange özdeşliğindeki eşitliğin $M_x + N_y$ olacağını ispatlayınız.

SORU 4. (25p) Aşağıdaki **4** ve **4'** sorularından yalnızca **bir tanesini seçerek** çözünüz!

4. $(xp + yq - r^2)xyz = xz - yz$ denkleminin tam integralini belirleyiniz.

4'. $(D^2 + DD' - 2D'^2)[u] = e^{x+y}$ denkleminin bir özel çözümünü bulup, genel integralini belirleyiniz.

Açıklamalar:

Soru 1 de: $u = u(x, y)$, $p = u_x$, $q = u_y$;

Soru 2 için: Sınıflandırma ile: mertebesi, lineer olup olmadığı, lineer ise hiperbolik, parabolik, eliptik olup olmadığı kastedilmektedir” ; Aşağıdaki bilgilerden yararlanabilirsiniz,

$Au_{xx} + Bu_{xy} + Cu_{yy} + Du_x + Eu_y + Fu = G$ için $(t = t(x, y), z = z(x, y))$ k.dönüşümü sonrası elde edilecek yeni katsayılar:

$$\bar{A} = At_x^2 + Bt_xt_y + Ct_y^2$$

$$\bar{B} = 2At_xz_x + B(t_xz_y + t_yz_x) + 2Ct_yz_y$$

$$\bar{C} = Az_x^2 + Bz_xz_y + Cz_y^2$$

$$\bar{D} = At_{xx} + Bt_{xy} + Ct_{yy} + Dt_x + Et_y$$

$$\bar{E} = Az_{xx} + Bz_{xy} + Cz_{yy} + Dz_x + Ez_y$$

Soru 3 de: $u = u(x, y)$; a, b : (x, y) ye bağlı C^1 sınıfına ait fonksiyonlar; ezbere-işlemsiz yanıtlar değerlendirilmeyecektir.

Soru 4 de: $u = u(x, y, z)$, $p = u_x$, $q = u_y$, $r = u_z$;

Soru 4' de: $u = u(x, y)$, $D = \frac{\partial}{\partial x}$, $D' = \frac{\partial}{\partial y}$.

İ.Ü.Fen Fakültesi Matematik Bölümü 27.05.2016
Kısmi Diferansiyel Denklemler (i.ö.)
Final Soruları

Yrd.Doç.Dr.Serkan İLTER / İ.Ü. Matematik
Süre: **70'** BAŞARILAR..

Ad-Soyad:

Numara:

İmza:

SORU1. (30p) $(p^3 + q^3)x = p^2u$ denkleminin Lagrange-Charpit yöntemiyle tam integralini belirleyiniz.

SORU2. (30p) $(\cos^2 x)u_{xx} - (\sin 2x)u_{xy} + (\sin^2 x)u_{yy} = y$ denklemini sınıflandırıp daha sonra uygun koordinat dönüşümleri belirleyerek Kanonik forma getiriniz.

SORU3. (15p) $L[u] = u_{xy} - au_y + bu$ operatörü verilsin. $M = -uv_y$, $N = -auv + u_xv$ olmak üzere Lagrange özdeşliğindeki eşitliğin $M_x + N_y$ olacağını ispatlayınız.

SORU4. (25p) Aşağıdaki **4** ve **4'** sorularından yalnızca **bir tanesini seçerek** çözünüz!

4. $(xp + yq - r^2)xyz = xz - yz$ denkleminin tam integralini belirleyiniz.

4'. $(D^2 - 2DD' - 3D'^2)[u] = e^{x-y}$ denkleminin bir özel çözümünü bulup, genel integralini belirleyiniz.

Açıklamalar:

Soru 1 de: $u = u(x, y)$, $p = u_x$, $q = u_y$;

Soru 2 için: Sınıflandırma ile: mertebesi, lineer olup olmadığı, lineer ise hiperbolik, parabolik, eliptik olup olmadığı kastedilmektedir” ; Aşağıdaki bilgilerden yararlanabilirsiniz,

$Au_{xx} + Bu_{xy} + Cu_{yy} + Du_x + Eu_y + Fu = G$ için $(t = t(x, y), z = z(x, y))$ k.dönüşümü sonrası elde edilecek yeni katsayılar:

$$\bar{A} = At_x^2 + Bt_xt_y + Ct_y^2$$

$$\bar{B} = 2At_xz_x + B(t_xz_y + t_yz_x) + 2Ct_yz_y$$

$$\bar{C} = Az_x^2 + Bz_xz_y + Cz_y^2$$

$$\bar{D} = At_{xx} + Bt_{xy} + Ct_{yy} + Dt_x + Et_y$$

$$\bar{E} = Az_{xx} + Bz_{xy} + Cz_{yy} + Dz_x + Ez_y$$

Soru 3 de: $u = u(x, y)$; a, b : (x, y) ye bağlı C^1 sınıfına ait fonksiyonlar; ezbere-işlemsiz yanıtlar değerlendirilmeyecektir.

Soru 4 de: $u = u(x, y, z)$, $p = u_x$, $q = u_y$, $r = u_z$;

Soru 4' de: $u = u(x, y)$, $D = \frac{\partial}{\partial x}$, $D' = \frac{\partial}{\partial y}$