

İ.Ü.Fen Fakültesi Matematik Bölümü 15.04.2016
Kısmi Diferansiyel Denklemler
Arasınnav Soruları

Yrd.Doç.Dr.Serkan İLTER / İ.Ü. Matematik
Süre: **80'** BAŞARILAR..

Ad-Soyad:

Numara:

İmza:

SORU 1. (20p) $F(xe^{y-u}, ye^{x-u}) = 0$ ifadesini çözüm kabul eden KDD i bulunuz. Elde ettiğiniz denklemini sınıflandırınız. (burada, $F : C^1$ sınıfına ait keyfi fonksiyon, $u = u(x, y)$)

SORU 2. (10 + 10 = 20p)

(a) $u_x + (z^2 + yz)u_y + (y^2 + yz)u_z = 0$ genel integralini bulunuz.

(b) $u_x + (z^2 + yz)u_y + (y^2 + yz)u_z = u$ denklemini: bir sabit katsayılı Adi dif. denk. şeklinde çözülebilen denklem haline getirecek uygun bir koordinat dönüşümü belirleyiniz.

Açıklamalar: $u = u(x, y, z)$ “ (a) için: Denklemini sınıflandırınız ; Koordinat dönüşümleri kullanılmayacak; K.D.sistemini, onun çözümünü (çözümlerinin bağımsızlığını göstermeniz istenmemekte) ve K.eğrileri belirleyerek doğrudan genel çözüme geçebilirsiniz.” “(b) için: Derste verilen şablon kullanıldığı taktirde, tersinin alınabilir olduğunun ispatlanması, tersinin tespiti ve dönüşüm sonrası türevlerin hesabı istenmemekte; son aşamada indirgenen Adi dif. denk. in çözümü de istenmemekte ; Derste verilen şablondan farklı dönüşümler kullanırsanız: bu sefer her ara işlem istenmektedir.”

SORU 3. (20 + 10 = 30p) $-xp + (x + u)q = x + y$ denklemini verilsin.

(a) Lagrange Metodunu kullanarak, genel integralini bulunuz.

(b) CP. için Varlık-Teklik Teoremini kullanarak, denklemin $u(0, x) = -x$ koşulunu sağlayan çözümünün Varlığı ve Tekliği hakkında ne söylenebilir? Açıklayınız. Eğer Teoremin koşulları sağlanıyor ise, parametrik ifade ediliş ile istenilen çözümü tespit ediniz.

SORU 4. (30p) Aşağıdaki A-B-C şıklarından yalnızca iki tanesini seçerek yapınız!

(A) $2u^2(u_{xy})^2 = u_x^2 u_y^2 + u^2$ denkleminin “Değişkenlere Ayırma Yöntemini” kullanarak belirlenebilecek bütün çözümlerini bulunuz. (burada, $u = u(x, y)$)

(B) (10p) Lagrange Metodunun çıkarışında yapılan gözlemlerden yararlanarak; öyle bir Kuazi-lineer denklem örneği veriniz ki denklemin çözümü: Soru 2 a) daki denklemin çözümü yardımıyla belirlenebilsin.

(C) $(p^2 + q^2)y = qu$, $f + q^2 = 1$ denklemlerinin uyumlu olabilmesi için $f = f(p) = ?$

Açıklamalar: “(C) için: ‘Derste ispatı yapılarak tespit edilen Uyumluluk koşulu’ kullanılarak çözülecek, (A)- (C) için: Farklı yöntemlerle yapılacak bütün gözlemler ile işlemsiz elde edilmiş sonuçlar değerlendirme dışıdır” ; “(B) için: en fazla iki satırlık açıklama ile cevaplayınız”; “(B) yi seçip puan alacak işlem yaptığınız taktirde diğer soru 20p olacaktır, aksi durumda diğer sorunuz 15p üzerinden değerlendirilecektir.”.

İ.Ü.Fen Fakültesi Matematik Bölümü 07.04.2016
Kısmi Diferansiyel Denklemler
Arasınay Soruları

Yrd.Doç.Dr.Serkan İLTER / İ.Ü. Matematik
Süre: **80'** BAŞARILAR..

Ad-Soyad:

Numara:

İmza:

SORU 1. (20p) $F(xe^{u-y}, ye^{u-x}) = 0$ ifadesini çözüm kabul eden KDD i bulunuz. Elde ettiğiniz denklemi sınıflandırınız. (burada, $F : C^1$ sınıfına ait keyfi fonksiyon, $u = u(x, y)$)

SORU 2. (10+10=20p)

(a) $zu_x - u_y + xu_z = 0$ genel integralini bulunuz.

(b) $zu_x - u_y + xu_z = u$ denklemini: bir sabit katsayılı Adi dif. denk. şeklinde çözülebilen denklem haline getirecek uygun bir koordinat dönüşümü belirleyiniz.

Açıklamalar: $u = u(x, y, z)$ “ (a) için: Denklemini sınıflandırınız ; Koordinat dönüşümleri kullanılmayacak; K.D.sistemini, onun çözümünü (çözümlerinin bağımsızlığını göstermeniz istenmemekte) ve K.eğrileri belirleyerek doğrudan genel çözüme geçebilirsiniz.” “(b) için: Derste verilen şablon kullanıldığı takdirde, tersinin alınabilir olduğunun ispatlanması, tersinin tespiti ve dönüşüm sonrası türevlerin hesabı istenmemekte; son aşamada indirgenen Adi dif. denk. in çözümü de istenmemekte ; Derste verilen şablondan farklı dönüşümler kullanırsanız: bu sefer her ara işlem istenmektedir.”

SORU 3. (20+10=30p) $x(y+u^2)p - y(x+u^2)q = (x-y)u$ denklemi verilsin.

(a) Lagrange Metodunu kullanarak, genel integralini bulunuz.

(b) CP. için Varlık-Teklik Teoremini kullanarak, denklemin $u(0, x) = -x$ koşulunu sağlayan çözümünün Varlığı ve Tekliği hakkında ne söylenebilir? Açıklayınız. Eğer Teoremin koşulları sağlanıyor ise, parametrik ifade ediliş ile istenilen çözümü tespit ediniz.

SORU 4. (30p) Aşağıdaki A-B-C şıklarından yalnızca iki tanesini seçerek yapınız!

(A) $k > 3$ olmak üzere, $u_x + u^k(u_y)^2 = 0$ denkleminin “Değişkenlere Ayırma Yöntemini” kullanarak belirlenebilecek bütün çözümlerini bulunuz. (burada, $u = u(x, y)$)

(B) (10p) Lagrange Metodunun çıkarışında yapılan gözlemlerden yararlanarak; öyle bir Kuazi-lineer denklem örneği veriniz ki denklemin çözümü: Soru 2 a) daki denklemin çözümü yardımıyla belirlenebilsin.

(C) $xp^2 + yq^2 = u$, $xp^2 + yf = 0$ denklemlerinin uyumlu olabilmesi için $f = f(q) = ?$

Açıklamalar: “(C) için: ‘Derste ispatı yapılarak tespit edilen Uyumluluk koşulu’ kullanılarak çözülecek, (A)- (C) için: Farklı yöntemlerle yapılacak bütün gözlemler ile işlemsiz elde edilmiş sonuçlar değerlendirme dışıdır” ; “(B) için: en fazla iki satırlık açıklama ile cevaplayınız”; “(B) yi seçip puan alacak işlem yaptığınız takdirde diğer soru 20p olacaktır, aksi durumda diğer sorunuz 15p üzerinden değerlendirilecektir.”