

1) $(\mathbb{R}, d)$ m.u. da aşağıdaki kümeleri (varsa) yığılma noktaları ve yakıtılmış noktalarını belirleyiniz.

$$\mathbb{N}, \{3n : n \in \mathbb{N}\}, \mathbb{Z}, \{3n : n \in \mathbb{Z}\}$$

$$\mathbb{Q}, \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, [1, 2], ([1, 2] \cap \mathbb{Q})$$

2) Diskrit m.u. da sabit dizi veya hemen hemen sabit dizi dışında yakınsak bir dizi yoktur, ispatlayınız

3) (X, d) m.u. da, $(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \subseteq X$, $(y_n)_{n \in \mathbb{N}} \subseteq X$ yakınsak iki dizi olsun $\lim_{n \rightarrow \infty} d(x_n, y_n) = d(\lim_{n \rightarrow \infty} x_n, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n)$, ispatlayınız

4) $(\mathbb{R}, d)$ m.u. da

(a) " $A \subseteq \mathbb{R}$ alttan sınırlı $\Rightarrow \inf A \in \partial A$ ", ispatlayınız

(b) " $A \subseteq \mathbb{R}$ üstten sınırlı $\Rightarrow \sup A \in \partial A$ " $\Rightarrow$

(Burada ∂A : A kümesinin sınırı)

5) (X, d) m.u., $U \in \mathcal{T}_d$ olsun

$(\overline{U} \setminus U)$: X içinde yoğun olabilir mi?, yanıtınızı ispatlayınız

6) Aşağıdaki m.w. lar tam metrik mi? olublmr?

$$(\mathbb{Q}, d_A), (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, d_A), (\mathbb{N}, d_A), (\mathbb{R}, \underbrace{d}_{\text{Disent metrik}})$$

7) Aşağıdaki diziler yarılarada yarı m.w. lar da birer Cauchy dizi olabilir mi? , yakınsak mı?

a) $(\mathbb{R}, d_A)$; $x_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{3n}$, $y_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{3n-1}$

b) (X, d) ; x_n her ne kadar sabit dır

8) (X, d) m.w. da $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$: iki Cauchy dizi olsun

$$(a_n)_{n \in \mathbb{N}} = (d(x_n, y_n))_{n \in \mathbb{N}} \subseteq \mathbb{R} \text{ dizisinin yakınsak olduğunu gösteriniz}$$

9) Aşağıdaki diziler $(\mathbb{R}, d_A)$ da tam yığılma noktaları (varsa) belirleyiniz , bu diziler yakınsak olabilir mi? , Cauchy dizi olabilir mi?

$$(a_n)_{n \in \mathbb{N}} = (-1, 0, 2, -1, 0, 2, \dots)$$

$$(b_n)_{n \in \mathbb{N}} = (1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 5, \dots)$$

10) (X, d) m.w. $\emptyset \neq A, B \subseteq X$ verilsin

$$A \cap B \neq \emptyset, A \text{ ve } B \text{ sınırlı } \Rightarrow A \cup B \text{ sınırlı olur mu?}$$

11) (X, d) m.w. ve $(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \subseteq X$, $x \in X$ verilsin

$$(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ Cauchy dizi } \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \delta F_n = 0, \text{ Burada}$$

$$(\text{Burada, } F_n = \{x_n, x_{n+1}, \dots\}, \delta F_n : F_n \text{ in çapı})$$