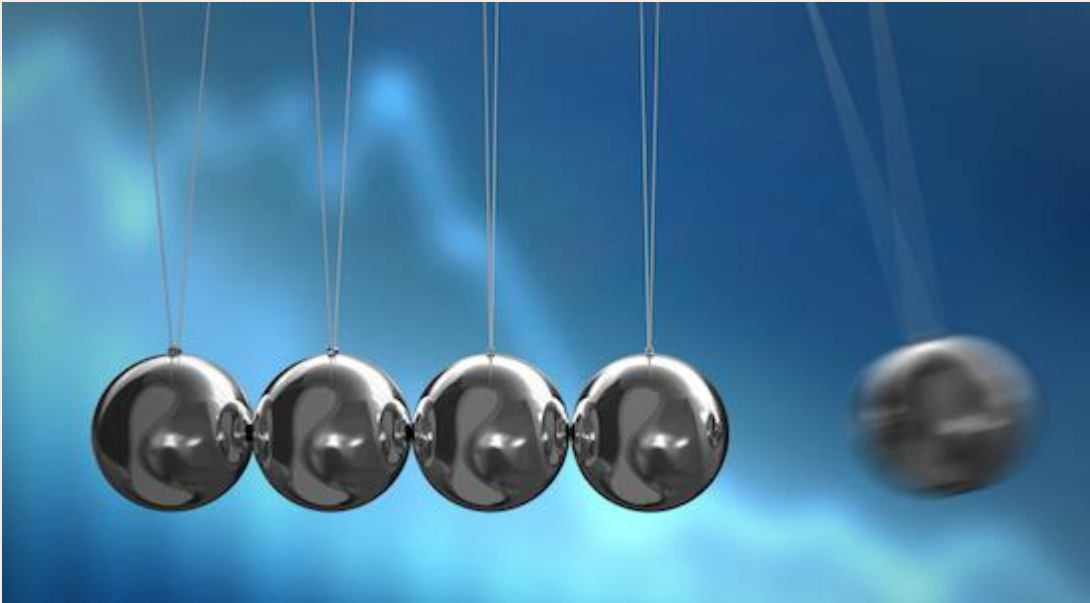


Momentum, İtme ve Çarpışmalar



Momentum ve Newton'un İkinci Yasası

Sabit kütlesi m olan bir parçacığı ele alalım. (Bir cismin kütlesindeki değişimi bu bölümün sonunda ele alacağız.) İvmenin tanımından, $\vec{a} = d\vec{v}/dt$ hareketle, bu parçacık için Newton'un ikinci yasasını aşağıdaki gibi yazabiliriz;

$$\sum \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \quad (8.1)$$

Bu m kütlesi sabit olduğundan türev içine alabiliriz. Dolayısıyla, Newton'un ikinci yasası, parçacık üzerine etkiyen net kuvveti parçacığın kütlesi ve hızının çarpımı $m\vec{v}$ 'nin zamanla değişimi hızına eşit olduğunu belirtir. Buna parçacığın **momentumu** veya **doğrusal momentum** denir. Momentum için $\vec{p}$ sembolünü kullanırsak,

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (\text{momentumun tanımı}) \quad (8.2)$$

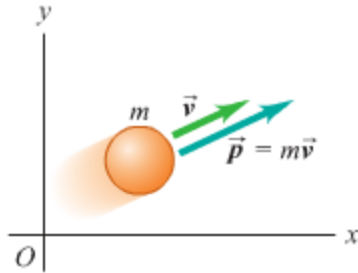
Momentum ve Newton'un İkinci Yasası

Parçacığın m kütlesi ve v hızı ne kadar büyük olursa momentumu büyüklüğü mv de o kadar büyük olur. Momentumun hız ile aynı yöne sahip bir vektörel nicelik olduğunu aklınızdan çıkarmayınız (Şekil 8.1). Kuzeye doğru 20 m/s süratle giden bir araba ile doğuya doğru 20 m/s süratle ilerleyen aynı özelliğe sahip ikinci bir arabanın momentumlarının büyüklükleri (mv) aynı olmakla beraber farklı yönlerde gitmelerinden dolayı momentum vektörleri ($\vec{p} = m\vec{v}$) aynı değildir.

Bir parçacığın momentumunu çoğu kez bileşenleri cinsinden ifade ederiz. Şayet üç boyutlu bir düzlemde hareket eden bir parçacığın hız vektörü bileşenleri v_x , v_y ve v_z ise, onun p_x , p_y ve p_z momentum bileşenleri (bazen x -momentum, y -momentum ve z -momentum olarak da tanımlanır) şöyle ifade edilir;

8.1 Bir parçacığın hız ve momentum vektörleri.

$$p_x = mv_x \quad p_y = mv_y \quad p_z = mv_z \quad (8.3)$$



Momentum $\vec{p}$ bir vektörel nicelikdir; bir parçacığın momentumu, hızı $\vec{v}$ ile aynı yöndedir.

Momentum ve Newton'un İkinci Yasası

Bu üç bileşen denklemini Denklem (8.2) ile aynıdır.

Momentum büyüklük birimi kütle çarpı sürat birimine eşittir, SI momentum birimi $\text{kg} \cdot \text{m/s}$ ' dir. Momentumun çoğulu “momenta” olarak bilinir.

Denklem (8.2)'deki momentum tanımını Denklem (8.1)'de kullanırsak,

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (\text{Newton'un ikinci yasasının momentum cinsinden ifadesi}) \quad (8.4)$$

Bir parçacık üzerine etkiyen net kuvvet (bütün kuvvetlerin vektörel toplamı) parçacığın momentumunun zamana bağlı değişim hızına eşittir. Bu ifade ($\sum \vec{F} = m\vec{a}$ değil) aslında, (Newton momentumu “hareket niceliği” olarak tanımlamış olmasına rağmen) Newton'un ikinci yasa olarak ileri sürdüğü fikrin ifadesidir. Bu yasa sadece eylemsiz referans sistemleri için geçerlidir.

Denklem (8.4)'e göre, momentumdaki hızlı değişim büyük çapta net kuvvet gerektirir, halbuki momentumdaki kısmi değişim küçük net kuvvete gerek duyar. Bu temel ilke otomobillerin güvenlik cihazlarının (hava yastığı gibi) tasarımında kullanılır.

İtme ve Momentum Teoremi

Bir parçacığın momentumu ($\vec{p} = m\vec{v}$) ve kinetik enerjisinin ($K = \frac{1}{2}mv^2$) ikisi de kütle ve hıza bağlıdır. Bu iki nicelik arasındaki temel fark nedir? Tamamen matematiksel olan yanıt, momentum büyüklüğünün parçacığın süratiyle doğru orantılı bir vektör olduğu, kinetik enerjinin büyüklüğünün ise süratin karesiyle doğru orantılı bir skalar olduğudur. Momentum ve kinetik enerji arasındaki fiziksel farkı görmek için, önce momentuma çok yakın bir niceliği tanımlamamız gerekir. Bu nicelik fizikte *itme* (*impulse*) olarak bilinir.

Belirli bir $\Delta t = t_2 - t_1$ zaman aralığında sabit bir $\sum \vec{F}$ net kuvveti etkisi altında bulunan m kütleli bir parçacığı düşünelim. (Değişken kuvvet haline biraz sonra değineceğiz.) Net kuvvetin itmesi net kuvvetin ve zaman aralığının çarpımıdır ($\vec{J}$ olarak gösterilir);

$$\vec{J} = \sum \vec{F}(t_2 - t_1) = \sum \vec{F}\Delta t \quad (\text{sabit kuvvet varsayımı}) \quad (8.5)$$

İtme vektörel bir nicelik olup, yönü m kütleli bir parçacık üzerine etkiyen $\sum \vec{F}$ net kuvvetiyle aynıdır. İtmenin büyüklüğü, net kuvvetin büyüklüğü ile net kuvvetin etki ettiği zaman aralığının çarpımına eşittir. İtmenin SI birimi Newton-saniye ($\text{N} \cdot \text{s}$)'dir. $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$ olduğundan, itmenin birimi $\text{kg} \cdot \text{m/s}$ olarak da (momentum birimiyle aynı) ifade edilir.

İtme ve Momentum Teoremi

Bir parçacığın belirli bir zaman aralığında momentumundaki değişimi, aynı zaman aralığında parçacık üzerine etkiyen net kuvvetin itmesine eşittir.

İtme-momentum teorisi aynı zamanda kuvvetlerin sabit olmadığı durumlarda da geçerlidir. Bunu anlamak için, Newton'un ikinci yasası $\Sigma \vec{F} = d\vec{p}/dt$ eşitliğini t_1 ve t_2 zaman aralığında integre edelim:

$$\int_{t_1}^{t_2} \Sigma \vec{F} dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{p}}{dt} dt = \int_{t_1}^{t_2} d\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

Soldaki integral, net kuvvet $\Sigma \vec{F}$ 'in bu zaman aralığında itmesi $\vec{J}$ 'nin tanımını verir;

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \Sigma \vec{F} dt \quad (\text{itmenin genel tanımı}) \quad (8.7)$$

Bu tanımla itme-momentum teoremi $\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ yani Denklem (8.6), $\Sigma \vec{F}$ zaman içinde değişse bile geçerliliğini korur.

Öyle bir ortalama net kuvvet $\vec{F}_{\text{ort}}$ tanımlayabiliriz ki, $\Sigma \vec{F}$ sabit olmadığında bile itme

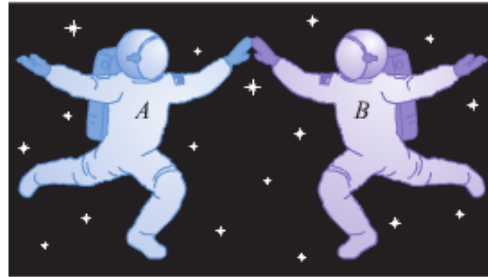
$$\vec{J} = \vec{F}_{\text{ort}} (t_2 - t_1) \quad (8.8)$$

olur. $\Sigma \vec{F}$ sabit olduğunda $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_{\text{ort}}$ olur ve Denklem (8.8) Denklem (8.5)'e indirgenir.

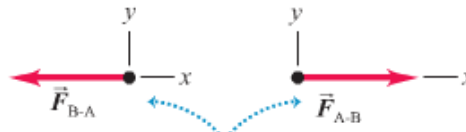
Momentum Korunumu

Momentum kavramı, etkileşim içine giren iki veya daha fazla cisim olduğu zaman özel bir önem kazanır. Bunun anlamak için sadece birbirleriyle etkileşen iki cismin bulunduğu ideal bir sistemi ele alalım; örneğimiz ağırlıksız ortamda (uzay boşluğunda) serbest olarak yüzerlerken birbirlerine dokunan iki astronot olsun (Şekil 8.8). Bu iki astronotu uzayda iki noktasal parçacık olarak düşünebiliriz. Her parçacık Newton'un üçüncü yasasına göre diğerine kuvvet uygulamaktadır. Bu kuvvetlerin büyüklükleri eşittir ve birbirlerine zıt yöndedir, yani her iki parçacığı etkileyen itme ve momentumlarının değişimi birbirlerine eşit ve zıt yöndedir.

8.8 İki astronot sıfır yerçekiminin olduğu uzay boşluğunda birbirlerini itmektedir.



Bu iki astronotu etkileyen dış kuvvet yoktur.
Bu nedenle toplam momentum korunur.



İki astronotun birbirlerine uyguladıkları kuvvetler, etki-tepki çiftidir.

Momentum Korunumu

Şimdi bu durumu terimlerle ifade edelim. Her hangi bir sistemde sistemin bir parçasının diğeri üzerinde uyguladığı kuvvete **iç kuvvet** denir. Sistemin dışından sistemdeki parçalardan herhangi birine uygulanan herhangi bir kuvvete **dış kuvvet** denir. Şekil 8.8'deki sistemde B parçasının A parçasına uyguladığı kuvvet $\vec{F}_{B-A}$, A parçasının B parçasına uyguladığı kuvvet $\vec{F}_{A-B}$ 'dir. Dış kuvvet yoktur. Bu sisteme **izole sistem** (yalıtılmış) denir.

A parçasığı üzerindeki net kuvvet $\vec{F}_{B-A}$ ve B parçasığı üzerinde net kuvvet ise $\vec{F}_{A-B}$ 'dir. Denklem (8.4)'e göre her iki parçasığın momentumlarının değişme miktarı;

$$\vec{F}_{B-A} = \frac{d\vec{p}_A}{dt} \quad \vec{F}_{A-B} = \frac{d\vec{p}_B}{dt} \quad (8.10)$$

Her iki parçasığın da momentumu değişmektedir, Newton'un üçüncü yasasına göre bu değişimler birbirleriyle bağlantılıdır. $\vec{F}_{B-A}$ ve $\vec{F}_{A-B}$ kuvvetlerinin daima büyüklükleri eşit ve yönleri daima birbirlerine zıttır. Yani, $\vec{F}_{B-A} = -\vec{F}_{A-B}$ veya $\vec{F}_{B-A} + \vec{F}_{A-B} = 0$. Denklem (8.10)'daki iki denklemi birbirlerine eklersek;

$$\vec{F}_{B-A} + \vec{F}_{A-B} = \frac{d\vec{p}_A}{dt} + \frac{d\vec{p}_B}{dt} = \frac{d(\vec{p}_A + \vec{p}_B)}{dt} = 0 \quad (8.11)$$

Momentum Korunumu

Momentumlarındaki değişme birbirlerine eşit ve yönleri birbirlerinin zıttır; yani, değişim vektörlerinin toplamı $\vec{p}_A + \vec{p}_B$ sıfır olur. Şimdi sistemdeki **toplam momentum** $\vec{P}$ 'yi her bir parçacığın momentumunun vektör toplamı olarak tanımlayalım;

$$\vec{P} = \vec{p}_A + \vec{p}_B \quad (8.12)$$

Denklem (8.11) neticede şu hali alır;

$$\vec{F}_{B-A} + \vec{F}_{A-B} = \frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \quad (8.13)$$

Toplam momentumun $\vec{P}$ 'nin zaman içinde değişimi sıfırdır. Demek ki, parçacıkların momentumları teker teker değişse bile sistemin toplam momentumu sabittir.

Momentum Korunumu

Eğer dış kuvvetler olsaydı, bunları Denklem (8.13)'ün sol tarafına koymamız gerekirdi. Sisteme dış kuvvetler girdiğinde toplam momentum artık sabit değildir. Ancak Şekil 8.9'da olduğu gibi dış kuvvetlerin vektör toplamı sıfırsa bu kuvvetler toplama katkıda bulunmazlar ve $d\vec{P}/dt$ yine sıfır olur. Buradan şu genel neticeyi çıkartabiliriz:

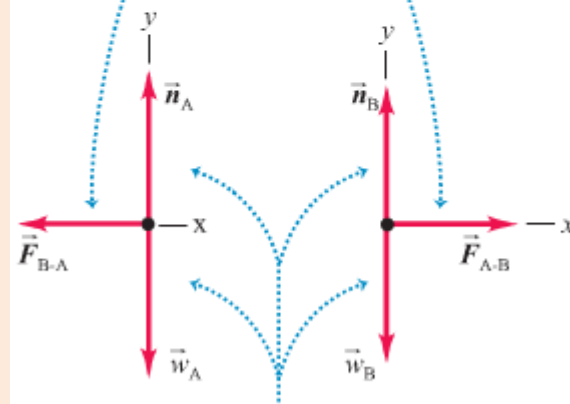
Dış kuvvetlerin vektör toplamı sıfırsa, sistemin toplam momentumu sabit kalır.

Bu ifade doğrusal **momentumun korunumu ilkesi**'nin en basit şeklidir. Bu ilke Newton'un üçüncü yasasının doğrudan bir sonucudur. Bu ilkeyi çok yararlı yapan olgulardan bir tanesi, sistemde yer alan parçacıklar arasındaki iç kuvvetlerin niteliğinden bağımsız olmasıdır. Bunun anlamı, parçacıklar arasındaki iç kuvvetler hakkında çok bir şey bilmesek bile (çoğunlukla bu kuvvetlerin ayrıntısı bilinmez) momentumun korunumu ilkesine başvurabiliriz demektir. Bu ilkeyi Newton'un ikinci yasasından çıkardık, yani bu ilkenin sadece eylemsiz referans çerçevesinde geçerli olduğunu unutmayalım.

8.9 İki buz patenci, sürtünmesiz yatay yüzeyde kayarken birbirlerini itmektedir. (Şekil 8.8 ile karşılaştırın.)



Patencilerin birbirlerine uyguladıkları kuvvetler, etki tepki-çiftidir.



Normal kuvvet ve yerçekimi kuvveti dış kuvvetlerdir, ancak bu iki dış kuvvetin toplamı sıfırdır; o halde toplam momentum korunur.

Momentum Korunumu

Bu ilkeyi birbirleriyle etkileşen $A, B, C, \dots$ gibi çok sayıda parçacık içeren bir sistem için genelleştirebiliriz. Böyle bir sistemin toplam momentumu;

$$\vec{P} = \vec{p}_A + \vec{p}_B + \dots = m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B + \dots \quad \text{(parçacıklar sisteminin toplam momentumu)} \quad (8.14)$$

İki parçacıklı sistem için kullandığımız argümanları tekrarlayacağız. Toplam momentumun değişme miktarı iç kuvvetlerin her etki-tepki çiftinin sıfır olma şartına bağlıdır. O halde, etkin olan dış kuvvetlerin vektör toplamı sıfır olduğunda tüm sistemin toplam momentum değişim miktarı da sıfır olacaktır. İç kuvvetler parçacıkların teker teker momentumlarını değiştirebilir, fakat sistemin toplam momentumu değiştiremez.

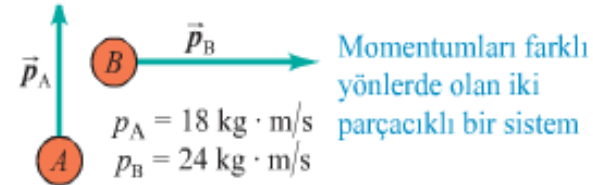
Momentum Korunumu

UYARI Momentumun korunumu, bileşenlerinin korunumu anlamına gelir. Bir sistemde momentumun korunumu uyguladığınız zaman bunun vektörel bir nicelik olduğunu unutmayınız. Bu nedenle sistemin toplam momentumunu bulabilmek için vektör toplaması yapmalısınız (Şekil 8.10). Bileşenleri kullanmak genelde en basit yöntemdir. A parçacığının momentum bileşenleri p_{Ax} , p_{Ay} , p_{Az} ise ve aynı işlemi diğer parçacıklar için tekrarlırsak Denklem (8.14) bileşenler cinsinden açık şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned}P_x &= p_{Ax} + p_{Bx} + \dots \\P_y &= p_{Ay} + p_{By} + \dots \\P_z &= p_{Az} + p_{Bz} + \dots\end{aligned}\quad (8.15)$$

Sistemin dış kuvvetlerinin vektör toplamı sıfır ise P_x , P_y ve P_z 'nin hepsi sabittir. ■

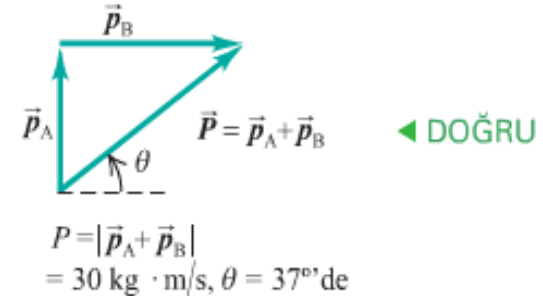
8.10 Momentum korunumunu uygularken, momentumun bir vektör büyüklük olduğunu unutmayın.



Sistemin toplam momentumunu parçacıkların tek tek momentumlarının büyüklüğünü toplayarak BULAMAZSINIZ!

$$P = p_A + p_B \neq 42 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \leftarrow \text{YANLIŞ}$$

Bunun yerine vektörel toplama yapın:



Momentum Korunumu ve Çarpışmalar

Birçok kişi için çarpışma, iki taşıtın birbiriyle çarpışması demektir. Biz de bu anlamda kullanacağız fakat sözcüğün çerçevesini iki cisim arasında kısa süren her türlü güçlü etkileşmeyi içerecek şekilde genelleştireceğiz. Sadece taşıtlar arasında çarpışmayla değil bilardo masasında çarpışan topları, çekirdeğe çarpan nötronları, bir meteorun Arizona çölüne düşmesini, Satürn gezegenine düşen bir uzay gemisini çarpışmalar çerçevesinde ele alacağız.

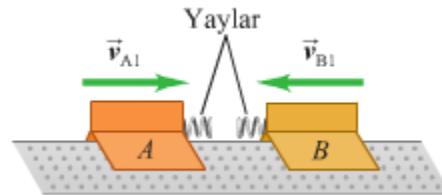
Cisimler arasında kuvvetler iki arabanın çarpışması gibi herhangi bir dış kuvvetten çok daha şiddetli ise dış kuvvetleri tamamen ihmal edip sistemi yalıtılmış (dış dünya ile etkileşmeyen) olarak görebiliriz. Bu durumda sistemin momentumu korunur ve çarpışmadan önce ve sonra sistemin momentumu aynı değeri alır. Buzlu bir kavşakta çarpışan iki otomobil yalıtılmış sistemlere güzel bir örnek olabilir. Hatta kuru asfalt üzerinde çarpışan otomobiller bile yalıtılmış bir sistem olarak görülebilir çünkü arabalar arasındaki kuvvet asfaltla tekerlekler arasındaki sürtünme kuvvetinden çok daha büyüktür.

Esnek ve Esnek Olmayan Çarpışmalar

Cisimler arasındaki kuvvetler korunumlu ise çarpışmada mekanik enerji kaybolmaz veya kazanılmaz, sistemin toplam kinetik enerjisi değişmez. Bu tür çarpışmalara **esnek çarpışma** denir. İki mermer küre veya iki bilardo topu arasındaki çarpışma neredeyse tamamen esnektir. Şekil 8.14 esnek çarpışma için bir model gösteriyor. Kayan kütleler çarpıştığında aralarındaki yay kısa bir süre için sıkışır ve kinetik enerjinin bir kısmı bir süre için esneklik potansiyel enerjisine dönüşür. Sonra da kütleler ayrılır, yay gerilerek açılırken bu potansiyel enerji tekrar kinetik enerjiye dönüşür.

8.14 Kayan iki cisim sürtünmesiz yüzey üzerinde esnek çarpışıyor. Her cismin önünde diğer cisme korunumlu kuvvet uygulayan yay tampon bulunuyor.

(a) Çarpışmadan önce

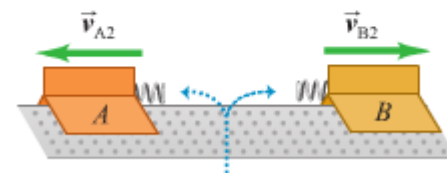


(b) Esnek çarpışma



Kinetik enerji yaylarda potansiyel enerji olarak depolanıyor.

(c) Çarpışmadan sonra



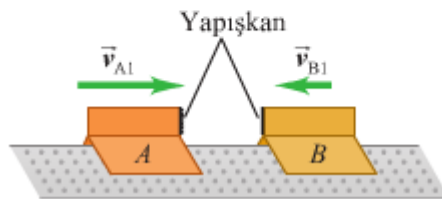
İki cisimden oluşan sistemin toplam kinetik enerjisi çarpışma öncesi ile aynıdır.

Esnek ve Esnek Olmayan Çarpışmalar

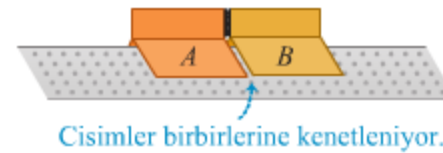
Bir çarpışmada, çarpışmadan sonraki toplam kinetik enerji çarpışmadan önceki kinetik enerjiden az ise bu çarpışmaya **esnek olmayan çarpışma** denir. Spagetti tabağına düşen bir köfte veya bir tahta parçasına saplanan kurşun esnek olmayan çarpışma örnekleridir. Çarpışma esnasında iki cisim birbirlerine yapışıp, daha sonra her ikisi tek bir cisim gibi hareket ederlerse bu çarpışmaya **hiç esnek olmayan çarpışma** diyoruz. Şekil 8.15’de, bir önceki şekilde yer alan iki kütle-nin yayları çıkarılmış, yerine kuvvetli bir yapışkan sürülerek çarpışma esnasında kütlelerin birbirlerine yapışmaları sağlanmıştır. Bundan sonra iki cisim beraber hareket etmektedir.

8.15 İki cisim hiç esnek olmayan çarpışmaya uğruyorlar. Cisimlerin önüne yay tamponun yerine yapışkan konmuştur. Çarpışmada iki cisim birbirlerine kenetleniyor.

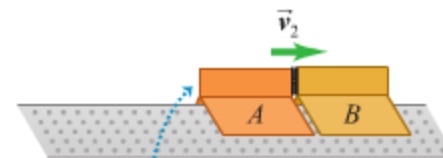
(a) Çarpışmadan önce



(b) Hiç esnek olmayan çarpışma



(c) Çarpışmadan sonra



İki cisimden oluşan sistemin toplam kinetik enerjisi çarpışmadan öncesine göre azalmıştır.

Esnek ve Esnek Olmayan Çarpışmalar

UYARI Esnek olmayan bir çarpışma, hiç esnek olmayan çarpışma anlamına gelmez. Esnek olmayan çarpışmalarda cisimlerin mutlaka birbirine yapışmaları gerekiyormuş gibi yanlış bir kanı oldukça yaygındır. Birçok esnek olmayan çarpışma örneğinde cisimler birbirlerine yapışmazlar. Mesela iki araba kafa kafaya çarpışınca her ikisi de çarpışma noktasından geri teper, tamponları bu süreçte tersinmez şekilde bükülür. Tamponları bükmek için yapılan iş, arabaların kinetik enerjisine dönüşmek üzere geri alınamaz. Dolayısıyla çarpışma esnek olmayan bir çarpışmadır (Şekil 8.16). ■

8.16 Otomobil çarpışmalarının esnek olmaması istenir. Böylece deforme olan arabalar çarpışmanın enerjisini mümkün olduğu kadar tüketmiş olur. Tüketilen enerji geri dönüşmez, deforme olmuş arabadan tekrar kinetik enerji elde edilmez, çünkü enerji arabanın parçalanması sırasında tüketilmiştir.



Hiç Esnek Olmayan Çarpışmalar

İki topun (A ve B), tamamen esnek olmayan çarpışma esnasında kinetik enerji ve momentumuna ne olacağına bakalım (Şekil 8.15). Çarpışma esnasında toplar birbirlerine yapıştıklarından her ikisi de ortak son hız $\vec{v}_2$ 'ye sahip olurlar.

$$\vec{v}_{A2} = \vec{v}_{B2} = \vec{v}_2$$

Momentum korunumu şu ilişkiyi verir;

$$m_A \vec{v}_{A1} + m_B \vec{v}_{B1} = (m_A + m_B) \vec{v}_2 \quad (\text{hiç esnek olmayan çarpışma}) \quad (8.16)$$

Cisimlerin kütlelerini ve ilk hızlarını biliyorsak ortak son hız $\vec{v}_2$ bulunabilir.

Hiç Esnek Olmayan Çarpışmalar

Örnek olarak kütlesi m_A ve ilk hızının x -bileşeni $v_{Ax,1}$ olan bir cisim, kütlesi m_B olan duran ($v_{B1x} = 0$) bir cisme esnek olmayarak çarpıyor. Denklem (8.16)'dan her iki cismin çarpışmadan sonraki ortak son hızları v_{2x} 'in x -bileşeni;

$$v_{2x} = \frac{m_A}{m_A + m_B} v_{Ax,1} \quad (\text{hiç esnek olmayan çarpışma, } B \text{ çarpışmadan önce durağan)} \quad (8.17)$$

Tamamen esnek olmayan bu çarpışmadan sonra toplam kinetik enerjinin azaldığını gösterelim. Hareket sadece x -ekseni boyuncadır ve çarpışmadan önce ve sonra kinetik enerjiler sırasıyla K_1 ve K_2 'dir;

$$K_1 = \frac{1}{2} m_A v_{Ax,1}^2$$

$$K_2 = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v_{2x}^2 = \frac{1}{2} (m_A + m_B) \left(\frac{m_A}{m_A + m_B} \right) v_{Ax,1}^2$$

Hiç Esnek Olmayan Çarpışmalar

Buradan kinetik enerjilerin oranı;

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_A}{m_A + m_B} \quad \text{(hiç esnek olmayan çarpışma, } B \text{ çarpışmadan önce durağan)} \quad (8.18)$$

olduğu görülür. Sağ taraf daima 1'den daha küçüktür çünkü payda her zaman paydan daha büyüktür. İkinci cismin (m_B) başlangıç hızı sıfırdan farklı olduğunda bile, hiç esnek olmayan çarpışmada kinetik enerjinin azalacağını ispatlamak zor değildir.

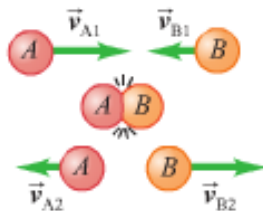
Lütfen dikkat: Denklem (8.17) veya (8.18)'i aklınızda tutmanızı beklemiyoruz. Biz bu denklemleri sadece hiç esnek olmayan çarpışmada kinetik enerjinin azalacağını göstermek için çıkardık.

Çarpışmaları Sınıflandırmak

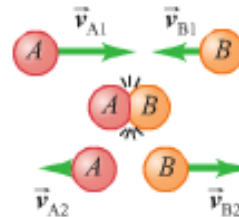
Çarpışmaları enerjinin korunup korunmamasına göre sınıflandırıyoruz (Şekil 8.20). Kinetik enerjinin korunduğu çarpışmaya esnek çarpışma diyoruz. (Bunları bir sonraki bölümde ayrıntılı olarak inceleyeceğiz.) Toplam kinetik enerjinin azaldığı çarpışmaları esnek olmayan çarpışma olarak sınıflandırıyoruz. Çarpışmadan sonra her iki cisim ortak bir son hıza sahipse, çarpışma hiç esnek olmayan çarpışma olarak tanımlanıyor. Bazı durumlarda son kinetik enerji çarpışmadan önceki kinetik enerjiden daha fazla olabilir. Örnek 8.4'te tartışılan tüfeğin geri tepmesi buna bir örnektir.

8.20 Çarpışmalar, çarpışmada enerjiye ne olacağına göre sınıflandırılır.

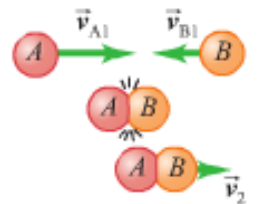
Esnek:
Kinetik enerji korunur.



Esnek olmayan:
Kinetik enerjinin bir kısmı kaybolur.



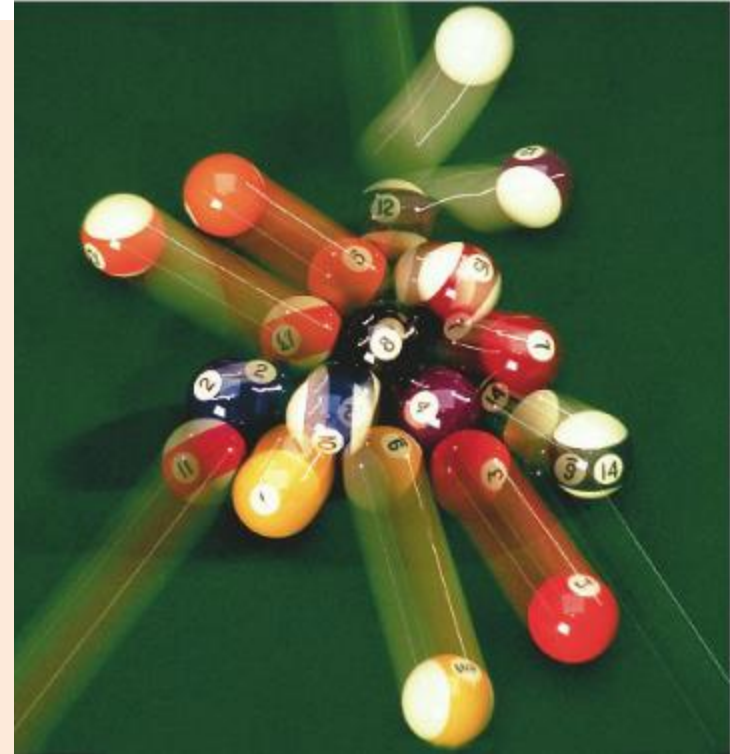
Hiç esnek olmayan:
Cisimler aynı son hıza sahiptir.



Esnek arpıřmalar

Kısım 8.3'de gördüğümüz gibi yalıtılmış sistemler içindeki esnek çarpışmalarda toplam kinetik enerji ve toplam momentum korunur. Çarpışmanın esnek olabilmesi için çarpışan cisimler arasındaki etkileşme kuvveti *korunumlu* olmalıdır. İki bilardo topu çarpıştığında topların birbirleriyle temas yüzeyleri çok küçüktür ve hemen birbirinden ayrılırlar. Kinetik enerjinin bir kısmı geçici olarak elastik potansiyel enerjiye dönüşür, daha sonra bu potansiyel enerji tekrar kinetik enerjiye dönüşür (şekil 8.21).

8.21 Bilardo topları çarpıştıklarında çok az deforme olur ve çarpışmadan hemen sonra eski şekillerini alırlar. Bu nedenle toplar arasında etkileşme kuvveti nerdeyse tamamen korunumludur ve çarpışma neredeyse tamamen esnektir.



Esnek Çarpışmalar

A ve B cisimleri arasındaki bir esnek çarpışmayı ele alalım. Önce bütün hızların aynı doğrultuda olduğu tek boyuttaki çarpışmaları inceleyeceğiz, x -eksenini bu doğrultuda alalım. Her iki momentum ve hızın sadece x -bileşeni olacaktır. A ve B cisimlerinin çarpışmadan önceki hızlarına v_{A1x} , v_{B1x} , çarpışmadan sonrakilerine v_{A2x} , v_{B2x} diyelim. Kinetik enerji korunumundan;

$$\frac{1}{2}m_A v_{A1x}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B1x}^2 = \frac{1}{2}m_A v_{A2x}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B2x}^2$$

Momentumun korunumundan ise;

$$m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$

Cisimlerin kütleleri m_A ve m_B , ilk hızları v_{A1x} , v_{B1x} biliniyorsa bu iki denklemi çözerek son hızlar v_{A2x} ve v_{B2x} 'i bulabiliriz.

Esnek Çarpışma, Cismin Biri Başlangıçta Hareketsiz

Yukarıdaki denklemlerin genel çözümü biraz karmaşıktır. Bu nedenle öncelikle B cisminin çarpışmadan önce durağan olduğu durumu inceleyeceğiz ($v_{B1x} = 0$). B cismini, A cisminin vuracağı hedef olarak düşünelim. Kinetik enerji ve momentum korunumları denklemleri sırasıyla;

$$\frac{1}{2}m_A v_{A1x}^2 = \frac{1}{2}m_A v_{A2x}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B2x}^2 \quad (8.19)$$

$$m_A v_{A1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x} \quad (8.20)$$

v_{A2x} ve v_{B2x} A 'nın ilk hızı v_{A1x} cinsinden çözülebilir. Bu oldukça karmaşık cebir işlemi gerektirir ama uğraşmaya değer. Yorulmadan netice elde edilemez! Bu en basit yaklaşım biraz dolambaçlı gibi gözükse de esnek çarpışmaların bazı ilginç özelliklerini ortaya çıkaracaktır.

Denklem (8.19) ve (8.20)'yi aşağıdaki gibi tekrar düzenliyoruz;

$$m_B v_{B2x}^2 = m_A (v_{A1x}^2 - v_{A2x}^2) = m_A (v_{A1x} - v_{A2x})(v_{A1x} + v_{A2x}) \quad (8.21)$$

$$m_B v_{B2x} = m_A (v_{A1x} - v_{A2x}) \quad (8.22)$$

Şimdi Denklem (8.21)'i Denklem (8.22)'ye bölelim;

$$v_{B2x} = v_{A1x} + v_{A2x} \quad (8.23)$$

Esnek Çarpışma, Cismin Biri Başlangıçta Hareketsiz

Bu çıkan ifadeyi tekrar Denklem (8.22)'nin içine koyup v_{B2x} 'i elimine edip, v_{A2x} için denklemini çözelim;

$$m_B(v_{A1x} + v_{A2x}) = m_A(v_{A1x} - v_{A2x})$$
$$v_{A2x} = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_{A1x} \quad (8.24)$$

Son olarak, bulduğumuz sonucu Denklem (8.23)'te yerine koyalım;

$$v_{B2x} = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_{A1x} \quad (8.25)$$

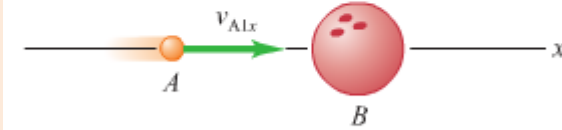
Şimdi A cisminin bir ping-pong topu, B cisminin de bir bowling topu olduğunu varsayalım. A topunun çarpışmadan sonra başlangıçtaki hızına neredeyse eşit hızla ama ters yönde uzaklaşacağını tahmin edebiliriz, başlangıçta durağan olan B 'nin hızı çok daha az olacaktır. Bu tahmin tam da denklemlerin öngörüsüne uyar. m_A, m_B 'den çok daha küçük olduğunda, Denklem (8.24)'teki kesir yaklaşık olarak (-1) olur ve v_{A2x} yaklaşık olarak $-v_{A1x}$ 'ye eşittir. Denklem (8.25)'deki kesir ise 1'den çok daha küçük olur ve v_{B2x}, v_{A2x} 'den çok daha küçüktür. Şekil 8.22b tam tersi bir durumu gösteriyor; A hareket halindeki bowling topu, B durağan pingpong topudur ve m_A, m_B 'den çok daha büyüktür. Öngörünüzü Denklem (8.24) ve (8.25) ile karşılaştırınız.

Bir başka ilginç durum her iki kütlenin birbirlerine eşit olduğunda gerçekleşir (Şekil 8.23). Eğer $m_A = m_B$ ise, Denklem (8.23) ve (8.24) $v_{A2x} = 0$ ve $v_{B2x} = v_{A1x}$ sonucunu verir. Yani hareket eden parçacık tamamen durmuş, bütün momentum ve kinetik enerjisini diğer parçacığa vermiştir. Topun bu davranışı bilardo oyun-cularının iyi bildiği bir olaydır.

8.22 Çarpışmalar, (a) pingpong topu ve çarpışmadan önce durağan olan bowling topu arasında, (b) bowling topu ile çarpışmadan önce durağan pingpong topu arasında.

(a) Pinpong topu bowling topuna çarpıyor.

ÖNCE

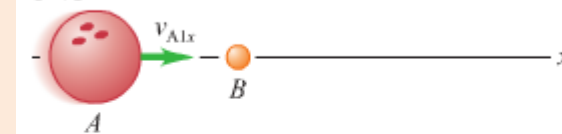


SONRA

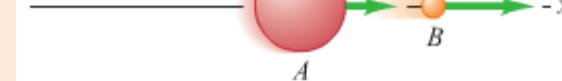


(b) Bowling topu pingpong topuna çarpıyor.

ÖNCE



SONRA



Kütle Merkezi

Kütle merkezi kavramını kullanarak momentum korunumunu ilkesini daha anlaşılır bir şekilde ifade edebiliriz. Kütleleri $m_1, m_2, \dots$ olan birçok parçacığımız olduğunu farz edelim. Birinci parçacık m_1 'in koordinatları (x_1, y_1) , ikinci parçacık m_2 'nin koordinatları (x_2, y_2) olsun ve diğerleri benzer şekilde devam etsin. Sistemin kütle merkezini koordinatları (x_{km}, y_{km}) olan nokta olarak tanımlarız.

$$x_{km} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$$
$$y_{km} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i} \quad (\text{kütle merkezi}) \quad (8.28)$$

Kütle merkezinin konum vektörü $\vec{r}_{km}$, parçacıkların konum vektörleri $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots$ cinsinden ifade edilebilir.

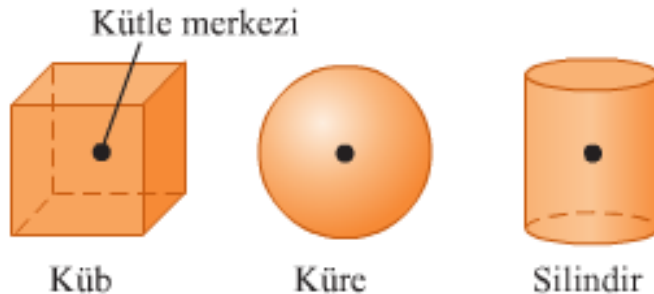
$$\vec{r}_{km} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} \quad (\text{kütle merkezi}) \quad (8.29)$$

İstatistik dilinde kütle merkezi, parçacıklarının konumlarının ağırlıklı ortalamasıdır.

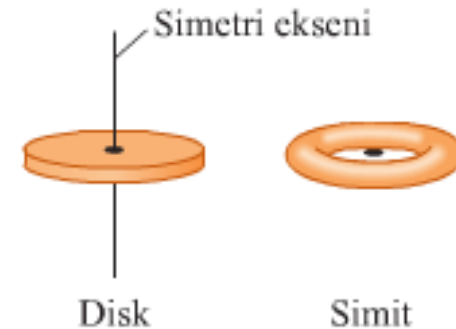
Kütle Merkezi

Katı cisimler devamlılığını sürdüren kütle dağılımından meydana gelirler (en azından makroskopik seviyede), bunlar için Denklem (8.28)'deki toplam yerine integral kullanmak gerekir. Hesaplar oldukça karmaşık olabilir, ancak bu problemlerde genelde geçerli olan üç şey söyleyebiliriz (Şekil 8.28). Birincisi, bilardo topu, şeker kübü, donmuş portakal suyu kutusu gibi kütlesi düzgün dağılmış bir cismin kütle merkezi onun geometrik merkezindedir. İkincisi, bir cismin (tekerlek veya makara) bir simetri eksenine varsa kütle merkezi daima o eksenin üzerindedir. Üçüncüsü, kütle merkezi mutlaka cismin üzerinde olacak diye bir kural yoktur. Örnek olarak simitin kütle merkezi ortasındaki boşluğun ortasındadır.

8.28 Simetrik cisimlerin kütle merkezlerini belirleme.



Bir homojen cismin bir geometrik merkezi varsa, kütle merkezi bu geometrik merkezdir.



Bir cismin simetri eksenine varsa, kütle merkezi bu eksen üzerindedir. Simit örneğindeki gibi, kütle merkezi cismin içinde olmayabilir.

Kütle Merkezinin Hareketi

Parçacıkların toplamından oluşan bir cismin kütle merkezinin önemini anlamak için parçacıklar hareket ettiğinde sistemin kütle merkezine ne olduğunu sormalıyız. Kütle merkezi hızının x ve y -bileşenleri (v_{km-x} ve v_{km-y}), x_{km} ve y_{km} 'nin türevidir. Aynı zamanda, dx_1/dt birinci parçacığın hızının x -bileşenidir, $dx_1/dt = v_{1x}$ ve dx_2/dt ikinci parçacığın hızının x -bileşenidir, bütün parçacıklar için notasyon bu şekilde devam eder. Denklem (8.28)'in zamana göre türevini alarak

$$v_{km-x} = \frac{m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} + m_3 v_{3x} + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} \quad (8.30)$$
$$v_{km-y} = \frac{m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} + m_3 v_{3y} + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}$$

Bu denklemler, Denklem (8.29)'un zamana göre türevi alınarak elde edilen tek bir vektörel denklemle ifade edilebilir.:

$$\vec{v}_{km} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} \quad (8.31)$$

Kütle Merkezinin Hareketi

Toplam kütle $m_1 + m_2 + m_3 + \dots$ için M sembolünü kullanacağız. Bu notasyonda Denklem (8.31) tekrar yazarsak;

$$M\vec{v}_{\text{km}} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \dots = \vec{P} \quad (8.32)$$

Denklemin sağ tarafı sistemin toplam momentumu $\vec{P}$ 'dir. Böylece sistemin *toplam momentumunun, kütle merkezinin hızı ile toplam kütlenin çarpımına eşit* olduğunu ispat ettik. Bir topu yakaladığınız zaman esasında topu meydana getiren çok sayıda $m_1, m_2, m_3, \dots$ molekül kütlesi topluluğunu yakalamış oluyorsunuz. Hissettiğiniz itme topluluğun toplam momentumuna aittir. Bu itme, birleşik sistemin kütle merkezinin hızı $\vec{v}_{\text{km}}$ ile hareket eden $M = m_1 + m_2 + \dots$ kütlesinden tek bir parçacık yakalasaydınız hissedeceğiniz itmeyle eşit olacaktır. O halde Denklem (8.32) birleşik bir cismin bir parçacık olarak temsil edilmesinin mümkün olduğunu da gösteriyor.