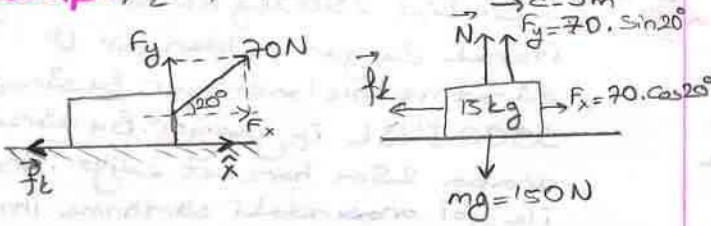


7.6 - 15 kg'lık bir blok yata, pürüzsüz bir yüzey üzerinde yataının üzerinde 20° 'lik bir açıda etki eden 70N'luk sabit bir kuvvetle çekilmektedir. Blok 5m yer değiştirmekte olup, kinetik sürtünme katsayısı 0,3'dür.

- 70N'luk kuvvetin,
- sürtünme kuvvetinin,
- dik kuvvetin,
- yaraekimi kuvvetinin yaptığı işi bulunuz.
- Blok üzerine yapılan net iş nedir?

Cevap: $\mu_k = 0,3$, $\cos 20^\circ = 0,9$, $\sin 20^\circ = 0,3$



$$\sum F = m \cdot a \quad (N, I, k)$$

$$\sum F_y = m \cdot a_y = 0 \rightarrow N + 70 \sin 20^\circ - mg = 0$$

$$\rightarrow N + 70 \cdot 0,3 - 150 = 0 \rightarrow N = 129 \text{ N}$$

$$\sum F_x = \mu \cdot N = 0,3 \cdot 129 = 38,7 \text{ N}$$

$$\hat{i} \rightarrow W = \vec{F} \cdot \vec{x} = F \cdot x \cdot \cos \alpha$$

$$a) W_F = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d \cdot \cos \alpha = 70 \cdot 5 \cdot \cos 20^\circ = 70 \cdot 5 \cdot 0,9 = 315 \text{ J}$$

$$b) W_f = f_k \cdot d \cdot \cos 180^\circ = 38,7 \cdot 5 \cdot (-1) = -193,5 \text{ J}$$

$$c) W_N = N \cdot d \cdot \cos 90^\circ = 129 \cdot 5 \cdot 0 = 0$$

$$d) W_g = mg \cdot d \cdot \cos 90^\circ = 150 \cdot 5 \cdot 0 = 0$$

$$e) W_{\text{net}} = W_F + W_f + W_N + W_g = 315 - 193,5$$

$$W_{\text{net}} = 121,5 \text{ J}$$

7.11 - $\vec{F} = (6\hat{i} - 2\hat{j})$ N'luk bir kuvvet, bir parçacığa etkiyerek, $\vec{d} = (3\hat{i} + \hat{j})$ m'lik bir yer değiştirme yaptırıyor.

- Kuvvetin parçacık üzerinde yaptığı işi,
- $\vec{F}$ ile $\vec{d}$ arasındaki açıyı bulunuz.

Cevap:

$$\text{NOT: } \vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

$$\text{Skalar çarpım} \rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cdot \cos \alpha$$

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = 1, \hat{i} \cdot \hat{j} = 0$$

$$a) W = \vec{F} \cdot \vec{d} = (6\hat{i} - 2\hat{j}) \cdot (3\hat{i} + \hat{j})$$

$$W = 6 \cdot 3 + (-2) \cdot 1 = 18 - 2 = 16 \text{ J}$$

$$b) \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d \cdot \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = \frac{\vec{F} \cdot \vec{d}}{F \cdot d}$$

$$F = |\vec{F}| = \sqrt{(6)^2 + (-2)^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40}$$

$$d = |\vec{d}| = \sqrt{(3)^2 + (1)^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{F} \cdot \vec{d}}{F \cdot d} = \frac{16}{\sqrt{40} \cdot \sqrt{10}} = \frac{16}{\sqrt{400}} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{5} \rightarrow \alpha = \cos^{-1} \left(\frac{4}{5} \right) \approx 37^\circ$$

7.13 - Skalar çarpımın tanımını kullanarak, aşağıdaki vektör çiftleri arasındaki açıları bulunuz.

$$a) \vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j} \quad b) \vec{A} = -2\hat{i} + 4\hat{j} \quad c) \vec{A} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\vec{B} = 4\hat{i} - 4\hat{j} \quad \vec{B} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k} \quad \vec{B} = 3\hat{j} + 4\hat{k}$$

$$\text{Cevap: } \vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cdot \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A \cdot B}$$

$$\rightarrow \alpha = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A \cdot B} \right)$$

$$a) \vec{A} \cdot \vec{B} = (3\hat{i} - 2\hat{j}) \cdot (4\hat{i} - 4\hat{j}) = 12 + 8 = 20$$

$$A = |\vec{A}| = \sqrt{(3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

$$B = |\vec{B}| = \sqrt{(4)^2 + (-4)^2} = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32}$$

$$\alpha = \cos^{-1} \left[\frac{20}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{32}} \right] = \cos^{-1} \left(\frac{20}{\sqrt{416}} \right) = 11,3^\circ$$

$$b) \vec{A} \cdot \vec{B} = (-2\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot (3\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}) = -6 - 16 + 0 = -22$$

$$A = |\vec{A}| = \sqrt{(-2)^2 + (4)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20}$$

$$B = |\vec{B}| = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2 + (2)^2} = \sqrt{9 + 16 + 4} = \sqrt{29}$$

$$\alpha = \cos^{-1} \left[\frac{-22}{\sqrt{20} \cdot \sqrt{29}} \right] = \cos^{-1} \left(\frac{-22}{\sqrt{580}} \right) = 155,5^\circ$$

$$c) \vec{A} \cdot \vec{B} = (\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}) \cdot (3\hat{j} + 4\hat{k}) = 0 - 6 + 8 = 2$$

$$A = |\vec{A}| = \sqrt{(1)^2 + (-2)^2 + (2)^2} = \sqrt{1 + 4 + 4} = \sqrt{9} = 3$$

$$B = |\vec{B}| = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{2}{3 \cdot 5} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{2}{15} \right) = 82,3^\circ$$

7.18 - $\vec{F} = (4x\hat{i} + 3y\hat{j})$ N'luk bir kuvvet bir cisme etki ederek onu orijinden x yönünde $x=5$ m noktasına hareket ettiriyor. Kuvvetin cisme uyguladığı işi bulunuz.

Cevap: İşi değiştirme x yönünde $0 \rightarrow 5$ m'e

$$W = \int_{x_i}^{x_s} F_x \cdot dx = \int_0^5 4x \cdot dx$$

$$= 4 \int_0^5 x \cdot dx = 4 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^5$$

$$= 2 \cdot x^2 \Big|_0^5 = 2 \cdot (5^2 - 0^2)$$

$$= 2 \cdot 25 - 2 \cdot 0 = 50 \text{ J}$$

***7.23** - Hooke Kanununa uyum bir yay, doğal uzunluğundan 10 cm gerilince 4 J 'lük iş yapıyorsa, 10 cm daha germek için fazladan ne kadar daha iş yapılmalıdır?

Cevap: Hooke Kanunu $\rightarrow \vec{F} = -k \cdot \vec{x}$
 $W = \frac{1}{2} k x^2 \rightarrow 4 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (0,1)^2$
 $x = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m} \rightarrow k = 800 \text{ N/m}$

$$\Delta W = W_s - W_i$$

$$10 \text{ cm daha } x = 10 + 10 = 20 \text{ cm}$$

$$= 20 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 0,2 \text{ m}$$

$$W_s = \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot (0,2)^2 = 16 \text{ J}$$

$$\Delta W = 16 - 4 = 12 \text{ J'lük daha iş yapılmalıdır.}$$

7.29 - 3 kg 'lık bir kütle $\vec{v}_i = (6\hat{i} - 2\hat{j}) \text{ m/s}$ lik bir ilk hızla sahiptir.

a) Bu andaki kinetik enerjisi nedir?

b) Hızı $(8\hat{i} + 4\hat{j}) \text{ m/s}$ 'e değişirse, cisim üzerinde yapılan toplam işi bulunuz.

Cevap:

NOT: İş-Kinetik Enerji Teoremi: Dış kuvvetler tarafından bir parçacık üzerinde yapılan net iş, parçacığın kinetik enerjisindeki değişimdir.

$$\Sigma W = K_s - K_i = \frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$\text{Sürtünme varsa} \rightarrow K_i + \Sigma W_{\text{diğer}} - f_k \cdot d = K_s$$

$$\vec{v}_i = (6\hat{i} - 2\hat{j}) \text{ m/s} \quad m = 3 \text{ kg}$$

$$\vec{v}_s = (8\hat{i} + 4\hat{j}) \text{ m/s}$$

$$a) v_i = |\vec{v}_i| = \sqrt{(6)^2 + (-2)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} \text{ m/s}$$

$$K_i = \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (\sqrt{40})^2 = 60 \text{ J}$$

$$b) \Sigma W = \Delta K = K_s - K_i$$

$$v_s = |\vec{v}_s| = \sqrt{(8)^2 + (4)^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} \text{ m/s}$$

$$K_s = \frac{1}{2} m v_s^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 80 = 120 \text{ J}$$

$$\Sigma W = 120 - 60 = 60 \text{ J}$$

***7.30** - Bir kişi 2500 kg 'lık bir arabayı iterek durgun halden bir v süratine hızlandırıyor. Bu süreçte 5000 J 'lük iş yapıyor. Bu süreçte araba 25 m hareket ediyor. Araba ile yol arasındaki sürtünme ihmal edilirse,

a) Arabanın son süratine ne olur?

b) Arabayı iten kişi ne kadarlık bir sabit kuvvet uygular?

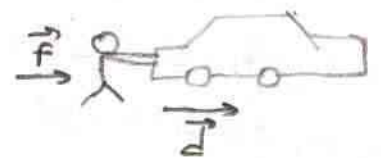
Cevap: $m = 2500 \text{ kg}$, $W = 5000 \text{ J}$, $d = 25 \text{ m}$

$$d) \Sigma W = \Delta K = K_s - K_i = \frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$\Sigma W = \frac{1}{2} m v_s^2 \rightarrow 5000 = \frac{1}{2} \cdot 2500 \cdot v_s^2$$

$$\rightarrow v_s^2 = 4 \rightarrow v_s = 2 \text{ m/s}$$

$$b) W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$



$$W = F \cdot d \cdot \cos 0^\circ$$

$$W = F \cdot d$$

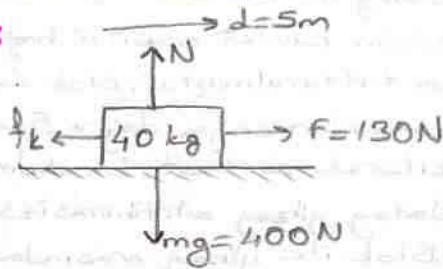
$$5000 = F \cdot 25 \rightarrow F = \frac{5000}{25}$$

$$F = 200 \text{ N}$$

7.33 - Başlangıçta durgun olan 40 kg'lık bir kutu, uygulanan sabit 130 N'luk yatay bir kuvvetle pürüzlü, yatay bir düzleme boyunca 5 m uzaklığa itilmektedir. Kutu ile düzlem arasındaki sürtünme katsayısı 0,3 ise;

- Uygulanan kuvvetin yaptığı işi,
- Sürtünmeden kaybolan enerjiyi,
- normal kuvvetinin yaptığı işi,
- yaraçatiminin yaptığı işi,
- kutunun kinetik enerjisindeki değişimi,
- kutunun son hızını bulunuz.

Cevap:



$$\Sigma F = m \cdot a$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N - mg = 0 \rightarrow N = mg = 400 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k \cdot N = 0,3 \cdot 400 = 120 \text{ N}$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d \cdot \cos \theta$$

$$a) W_F = F \cdot d \cdot \cos 0^\circ = 130 \cdot 5 \cdot 1 = 650 \text{ J}$$

$$b) W_f = f \cdot d \cdot \cos 180^\circ = 120 \cdot 5 \cdot (-1) = -600 \text{ J}$$

$$c) W_N = N \cdot d \cdot \cos 90^\circ = 400 \cdot 5 \cdot 0 = 0$$

$$d) W_g = g \cdot d \cdot \cos 90^\circ = 10 \cdot 5 \cdot 0 = 0$$

$$e) \Sigma W = \Delta K = K_s - K_i$$

$$\Sigma W = W_F + W_f + W_N + W_g = 650 - 600$$

$$\Sigma W = 50 \text{ J} = \Delta K$$

$$d) \Delta K = 50 = K_s - K_i$$

$$50 = \frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

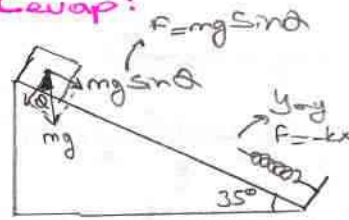
$$50 = \frac{1}{2} 40 v_s^2$$

$$v_s^2 = \frac{100}{40} = \frac{25}{10} = 2,5$$

$$v_s = 1,58 \text{ m/s}$$

7.36 - 12 kg kütleli bir blok 35° eğimli sürtünmesiz bir eğik düzlemde ağırlı doğru ilk hızla olarak kaymakta ve $k = 3 \cdot 10^4 \text{ N/m}$ 'lik bir yayla durdurulmaktadır. Blok bırakıldığı noktadan yayın kızı kaymasıyla durduğu noktaya kadar toplam $L = 3 \text{ m}$ uzaklığa kaymaktadır. Blok durduğunda yay ne kadar sıkılmış olur?

Cevap:



$$\sin 35^\circ = 0,57$$

$$\cos 35^\circ = 0,81$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

Yayın sıkılma miktarı $\rightarrow d'$ olsun.

$$\Sigma W = \Delta K = K_s - K_i = \frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = 0$$

$$\Sigma W = 0, W = \int F \cdot dx$$

$$W_{\text{blok}} + W_{\text{yay}} = 0$$

$$\int F_{\text{blok}} \cdot dx + \int F_{\text{yay}} \cdot dx = 0$$

$$\int_0^L (mg \sin 35^\circ) \cdot dl + \int_0^{d'} (-kx) \cdot dx = 0$$

$$\rightarrow mg \sin 35^\circ \int_0^L dl - k \int_0^{d'} x \cdot dx = 0$$

$$\rightarrow mg \sin 35^\circ L \Big|_0^L - k \frac{x^2}{2} \Big|_0^{d'} = 0$$

$$\rightarrow mg \sin 35^\circ (L - 0) - k \cdot \frac{1}{2} (d'^2 - 0^2)$$

$$\rightarrow mg \sin 35^\circ L - \frac{k}{2} d'^2 = 0$$

$$\rightarrow 12 \cdot 10 \cdot 0,57 \cdot 3 - \frac{3 \cdot 10^4}{2} \cdot d'^2 = 0$$

$$\rightarrow 205,2 = 1,5 \cdot 10^4 d'^2$$

$$\rightarrow d'^2 = \frac{205,2}{1,5 \cdot 10^4} = 136,8 \cdot 10^{-4}$$

$$\rightarrow d' = 11,7 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 0,117 \text{ m} //$$

7.37 - Donmuş bir göl üzerindeki bir kızğa itilerek $U_i = 2 \text{ m/s}$ 'lik ilk hız veriliyor. Kızak ile buz arasındaki kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k = 0,1$ 'dir. Kızgın duruncaya kadar gideceği uzaklığı bulmak için iş-enerji teoremini kullanınız.

Cevap: $U_i = 2 \text{ m/s}$, $\mu_k = 0,1$



$$\Sigma W = \Delta K \rightarrow W_f = K_s - K_i$$

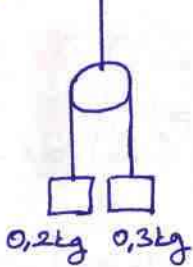
$$\rightarrow f_k \cdot x \cdot \cos 180^\circ = \frac{1}{2} m U_s^2 - \frac{1}{2} m U_i^2$$

$$\rightarrow -f_k \cdot x = -\frac{1}{2} m U_i^2 \rightarrow f_k \cdot x = \frac{1}{2} m U_i^2$$

$$\rightarrow \mu_k \cdot N \cdot x = \frac{1}{2} m U_i^2 \rightarrow \mu_k \cdot mg \cdot x = \frac{1}{2} m U_i^2$$

$$\rightarrow x = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\mu_k \cdot g} \cdot U_i^2 = \frac{(2)^2}{2 \cdot 0,1 \cdot 10} = 2 \text{ m}$$

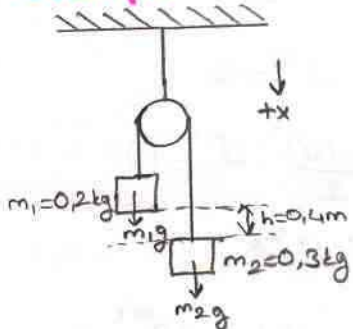
7.40



Bir Atwood makinesi, hafif sabit bir makara ile üzerinden geçirilen asırmeyen hafif bir sîrimden oluşur. Sîrimin iki ucuna 0,2 kg ve 0,3 kg'lık kâtleler asılmıştır. Kâtleler ilk tarafta durgun tutulur ve sonra serbest

birakılır. Sürtünme ihmal edildiğinde, her iki kâtle 0,4 m hareket ederse her bir kâtlemin hızı nedir?

Cevap:



$$\Sigma W = \Delta K = K_s - K_i$$

$$W_{m_1} + W_{m_2} = (K_s - K_i)_{m_1} + (K_s - K_i)_{m_2}$$

$$U_{1s} = U_{2s} = U_s$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{x}$$

$$m_1 \cdot g \cdot (-h) + m_2 \cdot g \cdot (+h) = \left[\frac{1}{2} m_1 U_{1s}^2 - 0 \right] + \left[\frac{1}{2} m_2 U_{2s}^2 - 0 \right]$$

$$-m_1 g h + m_2 g h = \frac{1}{2} m_1 U_{1s}^2 + \frac{1}{2} m_2 U_{2s}^2$$

$$U_{1s} = U_{2s} = U_s$$

$$g h (m_2 - m_1) = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) U_s^2$$

$$U_s^2 = \frac{2 g h (m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} \rightarrow U_s^2 = \frac{2 \cdot 10 \cdot 0,4 (0,3 - 0,2)}{(0,2 + 0,3)}$$

$$\rightarrow U_s^2 = \frac{2 \cdot 10 \cdot 0,4 \cdot 0,1}{0,5} = \frac{0,8}{0,5} = \frac{8}{5} = 1,6$$

$$\rightarrow U_s = \sqrt{1,6} \text{ m/s} = 1,26 \text{ m/s}$$

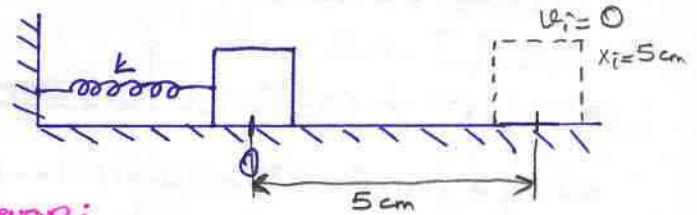
7.41 - 2 kg'lık bir blok çekildiği gibi

500 N/m kuvvet sabitli hafif bir yayla tutturulmuştur. Blok denge konumundan sağa doğru 5 cm çekilerek serbest bırakılmaktadır.

a) Yatay yüzey sürtünmesizse,

b) Blok ile yüzey arasındaki sürtünme katsayısı 0,35 ise,

bloğun denge konumundan geçerken hızını bulunuz.



Cevap:

$$k = 500 \text{ N/m}, m = 2 \text{ kg}, x = 5 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 0,05 \text{ m}$$

$$\text{NOT: } W = \int_{x_i}^{x_s} F_i dx = \int_{x_i}^{x_s} (-kx) dx = -k \int_{x_i}^{x_s} x dx = -k \frac{x^2}{2} \Big|_{x_i}^{x_s}$$

$$W = -\frac{k}{2} (x_s^2 - x_i^2) = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_s^2$$

$$\text{a) } \Sigma W = \Delta K = K_s - K_i \rightarrow \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_s^2 = \frac{1}{2} m U_s^2 - \frac{1}{2} m U_i^2$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} k (x_i^2 - x_s^2) = \frac{1}{2} m U_s^2 \rightarrow \frac{1}{2} k x_i^2 = \frac{1}{2} m U_s^2$$

$$\rightarrow 500 \cdot (0,05)^2 = 2 \cdot U_s^2$$

$$\rightarrow U_s^2 = 0,625$$

$$\rightarrow U_s = \sqrt{0,625} = 0,79 \text{ m/s, sola}$$

$$\text{b) } \Sigma W = \Delta K = K_s - K_i, W_f = \vec{f} \cdot \vec{x} = f \cdot x \cdot \cos 180^\circ = -f x = -\mu N x$$

$$W + W_f = K_s - K_i, \left(\frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_s^2 \right) + (-\mu m g x) = \frac{1}{2} m U_s^2 - \frac{1}{2} m U_i^2$$

$$\frac{1}{2} k x_i^2 - \mu m g x = \frac{1}{2} m U_s^2 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot (0,05)^2 - 0,35 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 0,05 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot U_s^2$$

$$\rightarrow 0,625 - 0,35 = U_s^2 \rightarrow U_s^2 = 0,275$$

$$\rightarrow U_s = \sqrt{0,275} \text{ m/s} = 0,52 \text{ m/s sola}$$

7.46 70kg kütleli bir kayarak, motorla sürülen bir kablo tarafından yokuş yukarı çekilmektedir.

a) 2m/s'lik sabit bir hızla sürtünmesiz kabul edilen 30° 'lik bir eğimde kayarak, 60m'lik bir uzaklığa getirmek için ne kadar iş gerekir?

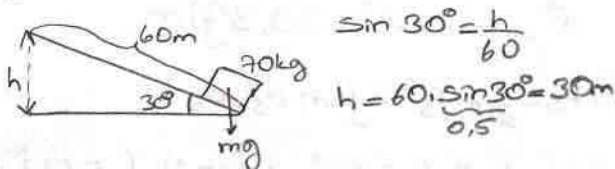
b) Bu işi yapması için ne güc motor gereklidir?

Cevap:

$$a) \Sigma W = \Delta K = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \\ = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

Hareket sabit hızla $(2^2 - 2^2) = 0$

$\Sigma W = 0$ olur.



Kayarak düğey olarak h kadar yükselir.

$$W = F \cdot x \rightarrow W_g = mg \cdot h = 70 \cdot 10 \cdot 30$$

$$W = 21000J = 21kJ$$

b) 60m'i sabit hızla $x = v \cdot t$ 'den $60 = 2 \cdot t \rightarrow t = 30s$ 'de olur.

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{21 \cdot 10^3}{30} = 700W$$

7.55 Bayazbolda bir oyuncu 0,15kg'lık topu 30° 'lik bir ilk açı altında 40m/s'lik bir hızla fırlatır. Yörüngesinin en üst noktasındaki topun kinetik enerjisi nedir?

Cevap: (Eğik atış)

30°

Girişte, $\vec{v} = 40 \cdot \cos 30^\circ \hat{i} + 40 \sin 30^\circ \hat{j}$
Tepede, $\vec{v} = 40 \cos 30^\circ \hat{i} + 0 \hat{j} = 34,6 \hat{i} \text{ m/s}$
 $v = 34,6 \text{ m/s}$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot (0,15) \cdot (34,6)^2 \approx 90J$$

7.59 4kg'lık bir parçacık x-ekseni boyunca hareket etmektedir. Konumu $x = t + 2t^3$ 'e göre değişmektedir. Burada x, metre ve t, saniyedir.

a) Herhangi bir t anında kinetik enerjisi,

b) t anında parçacığın ivmesini ve üzerine etkileyen kuvveti,

c) t anında verilen güç,

d) t=0 ile t=2s aralığında parçacık üzerinde yapılan işi bulunuz.

Cevap: $m = 4kg$, $x = t + 2t^3$

$$a) v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} (t + 2t^3) = 1 + 6t^2$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (1 + 6t^2)^2 = 2(1 + 12t^2 + 36t^4)$$

$$K = (2 + 24t^2 + 72t^4) J$$

$$b) a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} (1 + 6t^2) = 12t \text{ m/s}^2$$

$$F = m \cdot a = 4 \cdot 12t = (48t) N$$

$$c) P = F \cdot v = (48t) \cdot (1 + 6t^2) = (48t + 288t^3) W$$

$$d) P \neq \frac{dW}{dt} \rightarrow \int dW = \int P \cdot dt \rightarrow W = \int_{t_i}^{t_f} P \cdot dt \\ W = \int_0^2 (48t + 288t^3) \cdot dt = 48 \int_0^2 t \cdot dt + 288 \int_0^2 t^3 \cdot dt \\ \rightarrow W = 48 \cdot \frac{t^2}{2} \Big|_0^2 + 288 \cdot \frac{t^4}{4} \Big|_0^2 = 24t^2 \Big|_0^2 + 72t^4 \Big|_0^2$$

$$\rightarrow W = 24 \cdot (2^2 - 0^2) + 72 \cdot (2^4 - 0^4)$$

$$\rightarrow W = 24 \cdot 4 + 72 \cdot 16 = 96 + 1152 = 1248 J$$

7.61 Belirli bir yay orantılılık sınırının ötesinde gerildiği zaman $F = -kx + \beta x^3$ eşitliğini sağlar. $k = 10 N/m$ ve $\beta = 100 N/m^3$ ise, yay 0,1m gerildiğinde, bu kuvvetin yaptığı işi bulunuz.

Cevap: $F = -kx + \beta x^3 = (-10x + 100x^3) N$

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F \cdot dx \rightarrow W = \int_0^{0,1} (-10x + 100x^3) dx$$

$$\rightarrow W = -10 \int_0^{0,1} x \cdot dx + 100 \cdot \int_0^{0,1} x^3 \cdot dx = -10 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^{0,1} + 100 \cdot \frac{x^4}{4} \Big|_0^{0,1}$$

$$\rightarrow W = -5 \cdot x^2 \Big|_0^{0,1} + 25 \cdot x^4 \Big|_0^{0,1} = -5 \cdot [(0,1)^2 - 0^2] + 25 \cdot [(0,1)^4 - 0^4]$$

$$\rightarrow W = -0,05 + 2,5 \cdot 10^{-3} = -50 \cdot 10^{-3} + 2,5 \cdot 10^{-3} = -47,5 \cdot 10^{-3} J$$

7.65 Sabit bir $\vec{F}$ kuvveti, m kütleli bir parçacığa etki etmektedir. Parçacık $t=0$ 'da durunken harekete başlıyor.

a) Herhangi bir t anında, kuvvetin verdiği ani gücün $(\frac{F^2}{m}) \cdot t$ 'e eşit olduğunu gösteriniz.

b) $F=20\text{ N}$ ve $m=5\text{ kg}$ ise $t=3\text{ s}$ 'de verilen güç nedir?

Cevap:

$$a) P = F \cdot v = F \cdot (v_i + a \cdot t) = F \cdot (a \cdot t)$$

$$F = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F}{m}$$

$$P = F \cdot \left(\frac{F}{m} \cdot t\right) = \frac{F^2}{m} \cdot t //$$

$$b) P = \frac{F^2}{m} \cdot t = \frac{(20)^2}{5} \cdot 3 = \frac{400}{5} \cdot 3 = 240 \text{ J}$$

7.67(T.P) İki sabit kuvvet etkilediği gibi xy düzleminde hareket eden 5 kg 'lık cisme uygulanıyor. F_1 kuvveti 35° 'de 25 N ve F_2 kuvveti 150° 'de 42 N 'dur. $t=0$ anında cisim başlangıç noktasındadır ve $(4\hat{i} + 2,5\hat{j})\text{ m/s}$ hızla sahiptir.

a) İki kuvveti birim vektörlerle ifade ediniz. Diğer cevaplarınız içinde birim vektörleri kullanınız.

b) Cisme etkiyen toplam kuvveti bulunuz.

c) Cismin yörüngesini bulunuz.

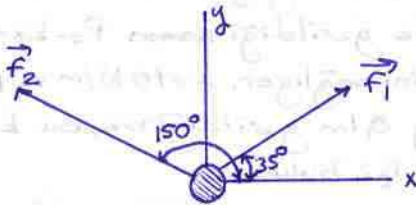
$t=3\text{ s}$ için cismin,

d) hızını,

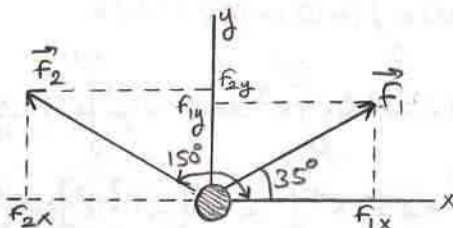
e) konumunu,

f) $\frac{1}{2} m v_s^2$ 'den kinetik enerjisini,

g) $\frac{1}{2} m v_i^2 + \int \vec{F} \cdot \vec{d}$ 'den kinetik enerjisini bulunuz.



Cevap: $\sin 35^\circ = 0,57$ $\cos 35^\circ = 0,81$
 $\sin 150^\circ = 0,5$ $\cos 150^\circ = -0,86$



$$F_1 = 25\text{ N}$$

$$F_2 = 42\text{ N}$$

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos 35^\circ$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin 35^\circ$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos 150^\circ$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin 150^\circ$$

$$a) \vec{F}_1 = F_{1x}\hat{i} + F_{1y}\hat{j} = F_1 \cos 35^\circ \hat{i} + F_1 \sin 35^\circ \hat{j}$$

$$= 25 \cdot (\cos 35^\circ \hat{i} + \sin 35^\circ \hat{j}) = (20,25\hat{i} + 14,25\hat{j})\text{ N}$$

$$\vec{F}_2 = F_{2x}\hat{i} + F_{2y}\hat{j} = F_2 \cos 150^\circ \hat{i} + F_2 \sin 150^\circ \hat{j}$$

$$= 42 \cdot (\cos 150^\circ \hat{i} + \sin 150^\circ \hat{j}) = (-36,12\hat{i} + 21\hat{j})\text{ N}$$

$$b) \Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (-15,87\hat{i} + 35,25\hat{j})\text{ N}$$

$$c) \Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow \vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} = \frac{-15,87\hat{i} + 35,25\hat{j}}{5}$$

$$\rightarrow \vec{a} = (-3,18\hat{i} + 7,05\hat{j})\text{ m/s}^2$$

$$d) \vec{v} = \vec{v}_i + \vec{a} \cdot t = (4\hat{i} + 2,5\hat{j}) + (-3,18\hat{i} + 7,05\hat{j}) \cdot 3$$

$$\vec{v} = (-5,54\hat{i} + 23,65\hat{j})\text{ m/s}$$

$$e) \vec{r} = \vec{r}_i + \vec{v}_i \cdot t + \frac{1}{2} \vec{a} \cdot t^2$$

$$\vec{r} = 0 + (4\hat{i} + 2,5\hat{j}) \cdot 3 + \frac{1}{2} (-3,18\hat{i} + 7,05\hat{j}) \cdot 3^2$$

$$\vec{r} = (-2,31\hat{i} + 39,3\hat{j})\text{ m}$$

$$f) K_s = \frac{1}{2} m v_s^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_s \cdot v_s$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (-5,54\hat{i} + 23,65\hat{j}) \cdot (-5,54\hat{i} + 23,65\hat{j})$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (30,69 + 559,32) = 1475 \text{ J} \quad \text{①}$$

$$g) K_s = \frac{1}{2} m v_i^2 + \int \vec{F} \cdot \vec{d} = \frac{1}{2} m \vec{v}_i \cdot \vec{v}_i + \int \vec{F} \cdot \vec{d}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (4\hat{i} + 2,5\hat{j}) \cdot (4\hat{i} + 2,5\hat{j}) +$$

$$+ (-15,87\hat{i} + 35,25\hat{j}) \cdot (-2,31\hat{i} + 39,3\hat{j})$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (16 + 6,25) + (36,65 + 1385,32)$$

$$= 1477 \text{ J} \quad \text{②} \quad \text{①} \approx \text{②} \text{ dir.}$$

7.70 $0,4\text{ kg}$ 'lık bir parçacık yatay bir ray üzerinde kaymaktadır. Ray $1,5\text{ m}$ yarıçaplı bir çember oluşturan, pürüzsüz düzey bir dış duvara sahiptir. Parçacığın ilk hızı 8 m/s 'dir. Bir devirden sonra, rayın sürtünmeli tabanından dolayı parçacığın hızı 6 m/s 'e düşmüştür.

a) Bir devirden sürtünmeden dolayı enerji kaybını bulunuz.

b) Kinetik sürtünme katsayısını bulunuz.

c) Parçacığın duruncaya kadar yapacağı toplam devir sayısını bulunuz.

Cevap:

$$a) W_f = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_s^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} \cdot 0,4 \cdot [6^2 - 8^2] = -5,6 \text{ J}$$

$$b) W_f = \vec{f} \cdot \vec{d} = f \cdot d \cdot \cos 180^\circ = -f \cdot d = -\mu_k \cdot N \cdot d$$

$$W_f = -\mu_k \cdot mg \cdot (2\pi r) \rightarrow -5,6 = -\mu_k \cdot 0,4 \cdot 10 \cdot (2 \cdot 3,14 \cdot 1,5)$$

$$\rightarrow \mu_k = \frac{5,6}{0,4 \cdot 10 \cdot 9} = 0,15$$

c) M devir sonra parçacık durur.

$$v_s = 0 \rightarrow K_s = \frac{1}{2} m v_s^2 = 0$$

$$W = \Delta K = K_s - K_i = 0 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$W_f = -\frac{1}{2} m v_i^2$$

$$\rightarrow -\mu_k \cdot mg \cdot [M \cdot (2\pi r)] = -\frac{1}{2} m v_i^2$$

$$\rightarrow \mu_k \cdot g \cdot M \cdot 2\pi r = \frac{1}{2} v_i^2$$

$$\rightarrow 0,15 \cdot 10 \cdot M \cdot 2 \cdot 3,14 = \frac{1}{2} \cdot 8^2$$

$$\rightarrow 1,5 \cdot M \cdot 9 = 32$$

$$\rightarrow M = \frac{32}{13,5} \rightarrow M = 2,37 \text{ devir}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \cdot 120 \cdot (0,05)^2 - 0,1 \cdot 10 \cdot 0,05 \cdot 0,17 = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot v_s^2$$

$$\rightarrow 0,1415 = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot v_s^2$$

$$\rightarrow v_s^2 = 2,83$$

$$\rightarrow v_s = \sqrt{2,83} \text{ m/s} = 1,68 \text{ m/s}$$

7.71. - Top fırlatıcı bir makine, $1,2 \text{ N/cm}$ 'lik kuvvet sabitli bir yayı sahiptir. Topun hareket ettiği yüzey, yatayla 10° 'lik açı yapmaktadır. Bozlangıçta yay 5 cm sıkıştırılmışsa, piston serbest bırakıldığında, 100 g 'lık topun fırlatılma hızını bulunuz. (Sürtünme ve pistonun kütlesini ihmal ediniz.)



Cevap: $\sin 10^\circ = 0,17$ $\cos 10^\circ = 0,98$

$$m = 100 \text{ g} = 100 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 0,1 \text{ kg}$$

$$d = 5 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 0,05 \text{ m}$$

$$k = 1,2 \text{ N/cm} = 1,2 \frac{\text{N}}{10^{-2} \text{ m}} = 120 \text{ N/m}$$

$$\sin 10^\circ = \frac{h}{d} \rightarrow h = d \cdot \sin 10^\circ$$

$$\Sigma W = \Delta K \rightarrow W_{\text{yay}} + W_g = K_s - K_i$$

$$\rightarrow \left[\frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_s^2 \right] - mg \cdot \frac{d \cdot \sin 10^\circ}{h} =$$

$$\frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = 0$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} k x_i^2 - mg d \sin 10^\circ = \frac{1}{2} m v_s^2$$