4.3 - Bir golf topuna, bir uçurumun kenarındaki kum tepeciğinden dışarı vurulmaktadır. Zamana göre x ve y koordinatları;

$x = (18\,m/s)t$

$y = (4\,m/s)t - (4{,}9\,m/s^2).t^2$

dir.

a) $\hat{i}$ ve $\hat{j}$ birim vektörlerini kullanarak $\vec{r}$ konumu için zamana göre vektörel bir ifade yazınız

b) hız vektörünün,

c) ivme vektörünün bağıntılarını yazınız.

Topun t = 3s'de

d) konum,

e) hız,

f) ivme ifadelerini birim vektör cinsinden yazınız.

Cevap: $x = 18t$, $y = 4t - 4{,}9.t^2$

a) $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$

$\vec{r} = (18t)\hat{i} + (4t - 4{,}9.t^2)\hat{j}$

b) $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = 18\hat{i} + (4 - 9{,}8.t)\hat{j}$

c) $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = -9{,}8\hat{j}$

d) $\vec{r}(3s) = 18.3\hat{i} + (4.3 - 4{,}9.3^2)\hat{j}$
$= 54\hat{i} - 32{,}1\hat{j}$

e) $\vec{v}(3s) = 18\hat{i} + (4 - 9{,}8.3)\hat{j}$
$= 18\hat{i} - 25{,}4\hat{j}$

f) $\vec{a}(3s) = -9{,}8\hat{j}$

4.7 - Yatay düzlemde yüzen bir balık, belli bir kayadan, yer değiştirmesi $\vec{r}_i = (10\hat{i} - 4\hat{j})m$ olan noktada $\vec{v}_i = (4\hat{i} + \hat{j})m/s$ hızına sahiptir. Balık 20s sabit ivmeyle yüzdükten sonra hızı $\vec{v} = (20\hat{i} - 5\hat{j})m/s$'dir.

a) İvmenin bileşenleri nedir?

b) $\hat{i}$ birim vektörüne göre ivmenin yönü nedir?

c) t = 25s'de balık nerededir ve hangi yöne hareket etmektedir?

Cevap: $\vec{v}_i = (4\hat{i} + \hat{j})\,m/s$

$\vec{v}_{20s} = (20\hat{i} - 5\hat{j})\,m/s$

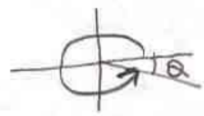
$\vec{r}_i = (10\hat{i} - 4\hat{j})\,m$

a) $a_x = \dfrac{\Delta v_x}{\Delta t} = \dfrac{v_{xs} - v_{xi}}{t_s - t_i} = \dfrac{20 - 4}{20 - 0} = 0{,}8\,m/s^2$

$a_y = \dfrac{\Delta v_y}{\Delta t} = \dfrac{v_{ys} - v_{yi}}{t_s - t_i} = \dfrac{-5 - 1}{20 - 0} = -0{,}3\,m/s^2$

$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} = (0{,}8\hat{i} - 0{,}3\hat{j})\,m/s^2$

b) $\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{a_y}{a_x}\right) = \tan^{-1}\left(\dfrac{-0{,}3}{0{,}8}\right) = -20{,}6^\circ$



$\hat{i}$ birim vektörüne göre ivmenin yönü $360^\circ - 20{,}6^\circ = 339{,}4^\circ$'dir.

c) t = 25 s'de,

$* \; x - x_i = v_{xi}.t + \frac{1}{2}a_x t^2 \rightarrow x = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$

$x = 10 + 4.25 + \frac{1}{2}.0{,}8.(25)^2 = 360\,m$

$* \; y - y_i = v_{yi}.t + \frac{1}{2}a_y t^2 \rightarrow y = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$

$y = -4 + 1.25 + \frac{1}{2}.(-0{,}3).(25)^2 = -72{,}7\,m$

$* \; v_y = v_{yi} + a_y.t = 1 + (-0{,}3).25 = -6{,}5\,m/s$

$v_x = v_{xi} + a_x.t = 4 + 0{,}8.25 = 24\,m/s$

$\Phi = \tan^{-1}\left(\dfrac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\dfrac{-6{,}5}{24}\right) = -15^\circ$

$360^\circ - 15^\circ = 345^\circ$ (+$\hat{i}$'e göre)

4.9 - Bir çocuk boş bir bardağı masa üzerinde kaydırır. Bardak, masanın kenarından kayarak tabandan 1,4m uzakta döşemeye çarpar. Masanın yüksekliği 0,86m ise.

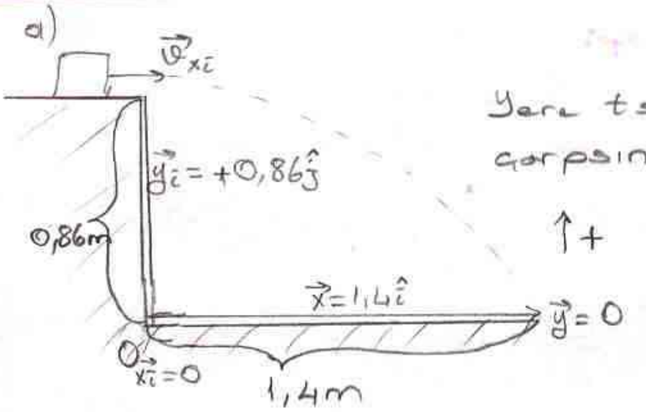
a) bardak masayı hangi hızla terk eder?

b) Tam döşemeye çarpmadan önce bardağın hızının doğrultusu nedir?

Cevap:

↘

a)



$$\vec{x} - \vec{x_i} = \vec{\vartheta}_{xi} \cdot t + \frac{1}{2} a_x t^2 \quad \ldots (1)$$

$$\vec{y} - \vec{y_i} = \vec{\vartheta}_{yi} \cdot t + \frac{1}{2} a_y t^2 \quad \ldots (2)$$

$$(1) \rightarrow \vec{x} - 0 = \vec{\vartheta}_{xi} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \underset{\text{yatay ivme yok}}{0} \cdot t^2$$

$$\rightarrow \vec{x} = \vec{\vartheta}_{xi} \cdot t \rightarrow t = \frac{\vec{x}}{\vec{\vartheta}_{xi}} = \frac{x \cdot \hat{i}}{\vartheta_{xi} \cdot \hat{i}}$$

$$\rightarrow t = \frac{x}{\vartheta_{xi}} = \frac{1{,}4}{\vartheta_{xi}} \rightarrow \boxed{t = \frac{1{,}4}{\vartheta_{xi}}} \circledast$$

$$(2) \rightarrow 0 - 0{,}86 = 0 \cdot t + \frac{1}{2}(-g) \cdot t^2$$

$$-0{,}86 = -\frac{1}{2} g t^2 \circledast$$

$$2 \cdot 0{,}86 = 9{,}8 \cdot \left(\frac{1{,}4}{\vartheta_{xi}}\right)^2$$

$$\rightarrow \vartheta_{xi} = \sqrt{\frac{9{,}8 \cdot (1{,}4)^2}{2 \cdot 0{,}86}} = 3{,}34 \text{ m/s}$$

b) $t = \frac{1{,}4}{\vartheta_{xi}} = \frac{1{,}4}{3{,}34} = 0{,}42$ s

$$\vec{\vartheta}_x = \vec{\vartheta}_{xi} + \vec{a}_x \cdot t = \vec{\vartheta}_{xi} + 0 \cdot t = \vec{\vartheta}_{xi}$$

$$= \vartheta_{xi}\hat{i} = (3{,}34\hat{i}) \text{ m/s}$$

$$\vec{\vartheta}_y = \vec{\vartheta}_{yi} + \vec{a}_y \cdot t = 0 + (-g\hat{j}) \cdot t = -gt\hat{j}$$

$$= -9{,}8 \cdot 0{,}42\hat{j} = -4{,}12\hat{j} \text{ m/s}$$

$$\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_x + \vec{\vartheta}_y = (3{,}34\hat{i} - 4{,}12\hat{j}) \text{ m/s}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{\vartheta_y}{\vartheta_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-4{,}12}{3{,}34}\right) = -50{,}9°$$

$$\alpha \cong -51°$$

x-ekseni ile yaptığı açı

$360 - 51° = 309°$'dir.

4.16 – Bir top bir binanın en üst penceresinden atılmaktadır. Topa yatayın altında 20°'lik bir açıda 8m/s'lik bir ilk hız veriliyor. Top yere 3s sonra çarpıyor.

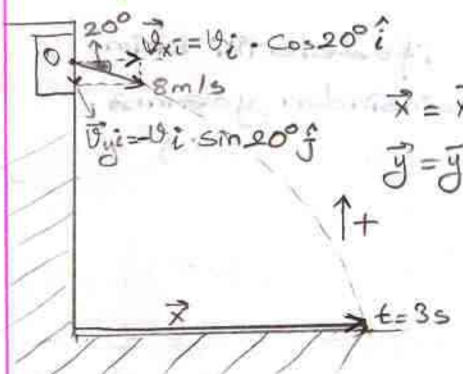
a) Top binanın zemininden yatay olarak ne kadar uzakta yere çarpar?

b) Topun fırlatıldığı yükseklik nedir?

c) Topun atış seviyesinin 10 m altında bir noktaya ulaşması için geçen zaman nedir?

(Havanın sürtünmesini ihmal ediniz)

Cevap: $\cos 20° = 0{,}94 \quad \sin 20° = 0{,}34$



$$\vec{x} = \vec{x_i} + \vec{\vartheta}_{xi} \cdot t + \frac{1}{2}\vec{a}_x t^2$$

$$\vec{y} = \vec{y_i} + \vec{\vartheta}_{yi} \cdot t + \frac{1}{2}\vec{a}_y t^2$$

$$\vec{x_i} = 0 \quad \vec{y_i} = 0$$

$$\vec{a}_x = 0 \quad \vec{a}_y = -g\hat{j}$$

a) $\vec{x} = 0 + (\vartheta_i \cdot \cos 20° \hat{i})t + \frac{1}{2} \cdot 0 \cdot t^2$

$$\vec{x} = 8 \cdot (0{,}94) \cdot 3\hat{i} = (22{,}56\hat{i}) \text{ m}$$

$$x = |\vec{x}| = 22{,}56 \text{ m}$$

b) $\vec{y} = 0 + (-\vartheta_i \cdot \sin 20° \hat{j}) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-g\hat{j}) \cdot t^2$

$$\vec{y} = -8 \cdot 0{,}34 \cdot 3\hat{j} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot 3^2\hat{j} = (-52{,}7\hat{j}) \text{ m}$$

$$y = |\vec{y}| = 52{,}7 \text{ m}$$

c) Atış seviyesinin 10 m altında:

$$\vec{y} = -10\hat{j}, \quad \vec{y_i} = 0$$

$$\vec{y} = \vec{y_i} + \vec{\vartheta}_{yi} \cdot t + \frac{1}{2}\vec{a}_y \cdot t^2$$

$$-10\hat{j} = 0 + (-\vartheta_i \cdot \sin 20° \hat{j}) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-g\hat{j}) t^2$$

$$-10\hat{j} = -8 \cdot 0{,}34 \cdot t\hat{j} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot t^2\hat{j}$$

$$[-10 + 2{,}72 \cdot t + 4{,}9 \cdot t^2]\hat{j} = 0$$

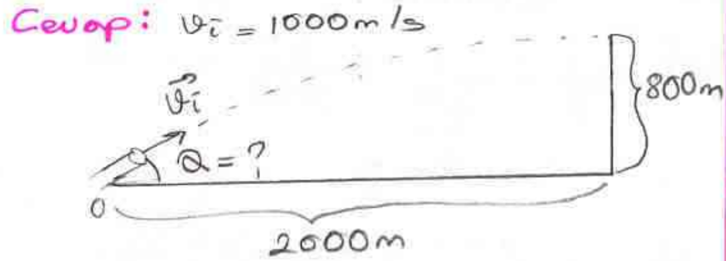
$$4{,}9t^2 + 2{,}72t - 10 = 0 \qquad x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$t_{1,2} = \frac{-2{,}72 \mp 14{,}26}{9{,}8}$$

$$(+) \rightarrow \frac{-2{,}72 + 14{,}26}{9{,}8} = \frac{11{,}54}{9{,}8} \cong 1{,}18 \text{ s}$$

4.17 – Namlu hızı 1000m/s bir top, bir dağın yamacı üzerinde bir çığ başlatmak için kullanılmaktadır. Hedef, toptan yatay olarak 2000m ve yukarıya doğru 800m uzaktadır. Top yatayın yukarısında, hangi açı ile ateşlenmelidir?

Cevap: $v_i = 1000 m/s$



$v_{xi} = v_i . \cos\theta$

$v_{yi} = v_i . \sin\theta$

$\vec{x} = \vec{x_i} + \vec{v}_{xi} . t + \frac{1}{2} \vec{a}_x . t^2$

$\vec{x} = 0 + (v_i . \cos\theta \hat{i}) . t + \frac{1}{2} . 0 . t^2$

$x . \hat{i} = v_i \cos\theta t . \hat{i} \to x = v_i \cos\theta t$

$\to t = \frac{x}{v_i \cos\theta} = \frac{2000}{1000 . \cos\theta} \to t = \frac{2}{\cos\theta}$

$\vec{y} = \vec{y_i} + \vec{v}_{yi} . t + \frac{1}{2} \vec{a}_y t^2$

$\vec{y} = 0 + (v_i \sin\theta \hat{j}) . t + \frac{1}{2} . (-g \hat{j}) . t^2$

$y \hat{j} = v_i \sin\theta t \hat{j} - \frac{1}{2} g t^2 \hat{j}$

$y = v_i \sin\theta t - \frac{1}{2} g t^2$, t yerine yazılır.

$800 = 1000 . \sin\theta . \frac{2}{\cos\theta} - \frac{1}{2} . 9,8 . \frac{4}{\cos^2\theta}$

$800 = \frac{2000 \sin\theta}{\cos\theta} - \frac{19,6}{\cos^2\theta}$

$(\cos\theta)$

$800 = \frac{2000 . \sin\theta \cos\theta - 19,6}{\cos^2\theta}$

$800 . \cos^2\theta + 19,6 = 2000 \sin\theta . \cos\theta$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta}$

$(800 . \cos^2\theta + 19,6 = 2000 . \sqrt{1 - \cos^2\theta} . \cos\theta)^2$

$640000 \cos^4\theta + 31360 \cos^2\theta + 384 = 4000000 (1 - \cos^2\theta) \cos^2\theta$

$4640000 \cos^4\theta - 3968640 \cos^2\theta + 384 = 0$

$\cos^2\theta = a$ derir.

$4640000 a^2 - 3968640 a + 384 = 0$

$x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$a = 0,925$ veya $0,00984$

Dolayısıyla,

$\cos^2\theta = 0,925$ veya $\cos^2\theta = 0,00984$

$\cos\theta = 0,96$ veya $\cos\theta = 0,099$

$\theta = 16,26°$ veya $\theta = 84,32°$

Her ikisi de geçerlidir.

4.19 – Bir futbolcu, toptan 36m uzaktaki bir kaleye şut atmakta ve kalabalık topun 3,05m yükseklikteki kale üst direğini sıyırarak gideceğini ummaktadır. Şut çekildiği zaman, top, zemini, yatayla 53°'lik bir açı altında 20m/s'lik hızla terketmektedir.

a) Top, kale üst direğinin ne kadar açığından veya yakınından geçerek düşer?

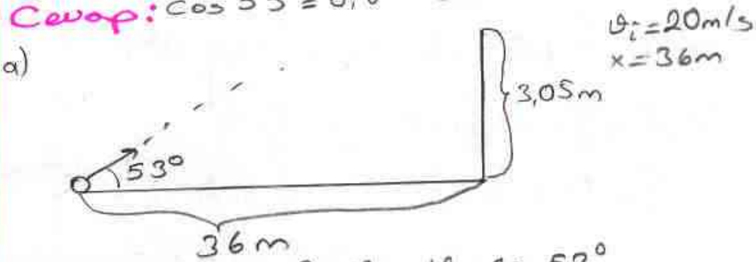
b) Top, üst direğe yükselirken mi yoksa düşerken mi yaklaşır?

Cevap: $\cos 53° = 0,6$ $\sin 53° = 0,79$

$v_i = 20 m/s$

$x = 36 m$

a)



$v_{xi} = v_i . \cos 53°$, $v_{yi} = v_i . \sin 53°$

$\vec{x} = \vec{x_i} + \vec{v}_{xi} . t + \frac{1}{2} \vec{a}_x t^2 \to \vec{x} = 0 + v_i \cos 53° t \hat{i} + 0$

$\to x . \hat{i} = v_i . \cos 53° t \hat{i} \to x = v_i . \cos 53° . t$

$\to t = \frac{x}{v_i . \cos 53°} = \frac{36}{20 . 0,6} = 3 s$

$\vec{y} = \vec{y_i} + \vec{v}_{yi} . t + \frac{1}{2} \vec{a}_y t^2 \to y . \hat{j} = 0 + v_i \sin 53° t \hat{j} + \frac{1}{2} (-g \hat{j}) t^2$

$\to y = v_i \sin 53° t - \frac{1}{2} g t^2 \to y = 20 . 0,79 . 3 - \frac{1}{2} . 9,8 . 3^2$

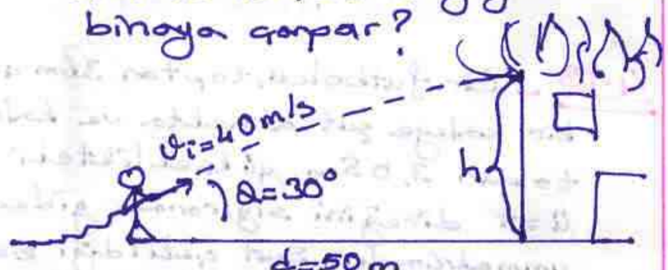
$\to y = 3,3 m$ Top, $3,3 - 3,05 = 0,25 m$ üstten geçer.

b) $y_{max} = \frac{v_i^2 . \sin^2\theta}{2g} = \frac{(20)^2 . (\sin 53°)^2}{2 . 9,8} = 12,74 m$

$R = \frac{v_i^2 . \sin 2\theta}{g} = \frac{(20)^2 . \sin 106°}{9,8} = 39,23 m$

Menzil 39,23 m, kale 36 m uzaktadır. Maksimum yüksekliğe çıkıp, inişe geçmiştir. Düşerken yakalar, a'da $\rightarrow y=(\tan\theta)x-\left(\frac{g}{2v_i^2\cos^2\theta}\right)x^2 \; (0<\theta<\frac{\pi}{2})$ kullanılabilir.

4.20 – Yanan bir binadan 50 m uzakta bulunan bir itfaiyeci, suyu şekildeki gibi yatayın üstünde 30°'lik açıda sıkmaktadır. Suyun hızı 40 m/s ise, su hangi yükseklikte binaya çarpar?



Cevap: $\cos 30° = 0,86 \quad \sin 30° = 0,5$

$v_{xi} = v_i . \cos 30° = 40 . 0,86 = 34,4$ m/s

$v_{yi} = v_i . \sin 30° = 40 . 0,5 = 20$ m/s

$\checkmark\ \vec{x} = \vec{x_i} + \vec{v}_{xi} . t + \frac{1}{2}\vec{a}_x t^2$

$\rightarrow x.\hat{i} = 0 + (v_{xi}\,\hat{i}).t + 0 \rightarrow x\hat{i} = v_{xi}.t\,\hat{i}$

$\rightarrow x = v_{xi}.t \rightarrow d = v_{xi}.t \rightarrow 50 = 34,4.t$

$\rightarrow t = 1,45$ s'de su binaya ulaşır.

$\checkmark\ \vec{y} = \vec{y_i} + \vec{v}_{yi} t + \frac{1}{2}\vec{a}_y t^2$

$y.\hat{j} = 0 + (20\hat{j}).t + \frac{1}{2}(-g\,\hat{j}).t^2$

$\vec{y} = 20.(1,45)\hat{j} - \frac{1}{2}(9,8).(1,45)^2\hat{j}$

$\vec{y} = (18,7\hat{j})$ m

$h = |\vec{y}| = 18,7$ m //

4.27 – 0,5 m yarıçapında bir tekerlek dakikada 200 devirlik sabit bir hızla dönmektedir. Tekerleğin tırnağı içerisine gömülü bulunan (en dış kenarı üzerinde) bir taş parçasının hızını ve ivmesini bulunuz.

Cevap:

f → frekans, s'deki devir sayısıdır.

T → periyot, bir devir için geçen zamandır.

$f = 1/T$

1 devirde taş, dairenin çevresi kadar yani, $2\pi r$ yol alır.

$r = 0,5$ m

$f = 200 \frac{\text{devir}}{\text{dakika}} = 200 \frac{\text{devir}}{60\text{ s}}$

$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{200}{60}} = \frac{60}{200}$ s/devir

$x = v.t \rightarrow v = \frac{x}{t}$

$v_{taş} = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2.(3,14).0,5}{60/200}$

$v_{taş} = \frac{2.(3,14).0,5.200}{60} \cong 10,5$ m/s

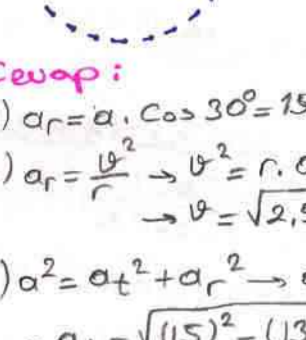
$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(10,47)^2}{0,5} = 219$ m/s² (içe)

4.33 – Şekil, belli bir anda 2,5 m yarıçaplı daire çevresinde saat yönünde hareket eden bir parçacığın toplam ivmesini ve hızını göstermektedir. Bu anda,

a) merkezcil ivmeyi,

b) parçacığın hızını,

c) teğetsel ivmesini bulunuz.



$\cos 30° = 0,86$

$\sin 30° = 0,5$

Cevap:

a) $a_r = a.\cos 30° = 15.0,86 = 12,9 \cong 13$ m/s²

b) $a_r = \frac{v^2}{r} \rightarrow v^2 = r.a_r \rightarrow v = \sqrt{r.a_r}$

$\rightarrow v = \sqrt{2,5.13} = 5,7$ m/s

c) $a^2 = a_t^2 + a_r^2 \rightarrow a_t = \sqrt{a^2 - a_r^2}$

$\rightarrow a_t = \sqrt{(15)^2 - (13)^2} = \sqrt{56} \cong 7,5$ m/s²

4.37 – Bir nehir 0,5 m/s'lik sabit hıza sahiptir. Bir öğrenci akıntıya karşı 1km'lik bir mesafeyi yüzer ve başlama noktasına geri döner. Öğrenci durgun suda 1,2 m/s'lik hızla yüzebiliyorsa, gidiş-dönüş ne kadar zaman alır? Bunu, su durgun olsaydı, gidiş-dönüşün alacağı zamanla karşılaştırınız.

Cevap:

* Durgun suda geçen süre: ($x = \vartheta . t$'den)

$$d = \vartheta . t \rightarrow t = \frac{d}{\vartheta} = \frac{1000+1000}{1,2} = 1670\ s$$

* Toplam süre = gidiş süresi + dönüş süresi

$$t_{top} = t_{gidiş} + t_{dönüş}$$

$$x = \vartheta . t \rightarrow t_{gidiş} = \frac{d}{\vartheta_{yüzücü} - \vartheta_{akıntı}}$$

$$= \frac{1000}{1,2 - 0,5} = 1430\ s \quad \text{(akıntıya karşı)}$$

$$t_{dönüş} = \frac{d}{\vartheta_{yüzücü} + \vartheta_{akıntı}}$$

$$= \frac{1000}{1,2+0,5} = 588\ s \quad \text{(akıntı yönünde)}$$

$$t_{top} = 1430 + 588 = 2020\ s$$

(Durgun sudaki gidiş-dönüş zamanı) < (Akıntılı sudaki gidiş-dönüş zamanı)

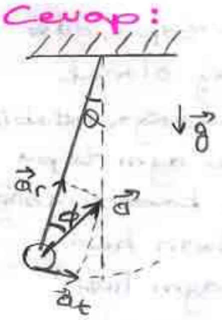
4.51 – 1m uzunluğundaki bir sarkaç düşey bir düzlemde sallanmaktadır. Sarkaç iki yatay $\theta = 90°$ ve $\theta = 270°$ konumunda olduğu zaman, hızı 5m/s'dir.

a) Bu konumlar için merkezcil ve teğetsel ivmelerin büyüklüğünü bulunuz.

b) Bu iki konum için toplam ivmenin doğrultusunu tayin etmek için bir vektör diyagramı çiziniz.

c) Toplam ivmenin büyüklük ve doğrultusunu hesaplayınız.

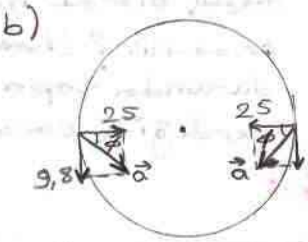
Cevap:



a) $a_r = \frac{\vartheta^2}{r} = \frac{5^2}{1} = 25\ m/s^2$

$a_t = g = 9,8\ m/s^2$

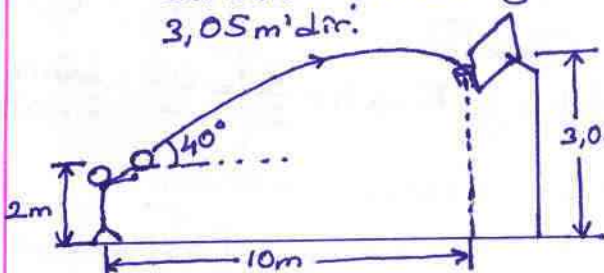
b)



c) $a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \sqrt{(25)^2 + (9,8)^2} = 26,8\ m/s^2$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{a_t}{a_r}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{9,8}{25}\right) = 21,4^0$$

4.52 – 2m boyunda bir basketbol oyuncusu, şekildeki gibi, potadan 10 m uzakta ayakta durmaktadır. Sporcu topu yatayla 40° açı yapan bir açıyla atarsa, topun arka panoya çarpmadan çemberden geçmesi için hangi ilk hızla atmalıdır? Potanın yüksekliği 3,05m'dir.



Cevap: $\cos 40° = 0,76 \quad \sin 40° = 0,64$

$$\vec{x} = \vec{x}_i + \vec{\vartheta}_{xi}\, t + \frac{1}{2}\vec{a}_x t^2 = 0 + \vec{\vartheta}_{xi} . t + 0$$

$$\rightarrow \vec{x} = \vec{\vartheta}_{xi} . t = (\vartheta_i . \cos 40° \hat{i}) . t$$

$$\rightarrow x.\hat{i} = \vartheta_i \cos 40° . t\, \hat{i} \rightarrow x = \vartheta_i . \cos 40° t$$

$$\rightarrow t = \frac{x}{\vartheta_i . \cos 40°} = \frac{10}{\vartheta_i . 0,76}$$

Bu sürede $y = 3,05 - 2 = 1,05m$ olmalıdır.

$$\vec{y} = \vec{y}_i + \vec{\vartheta}_{yi} . t + \frac{1}{2}\vec{a}_y t^2$$

$$1,05\hat{j} = 0 + (\vartheta_i . \sin 40° \hat{j}) . t + \frac{1}{2}(-g\hat{j}) t^2$$

$$1,05 = \vartheta_i . \sin 40° . t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$1,05 = \cancel{\vartheta_i} . \underbrace{\sin 40°}_{0,64} . \frac{10}{\cancel{\vartheta_i} . 0,76} - \frac{1}{2} . 9,8 . \frac{100}{\vartheta_i^2 . (0,76)^2}$$

$\vartheta_i = 10,7\ m/s$ //

4.55 – Bir çocuk bir topu, düz bir alanda yatay olarak maksimum 40m uzağa atabilmektedir. Çocuk aynı topu düşey olarak ne kadar uzağa atabilir? (Kolların her durumda topa aynı hızı verdiğini varsayınız.)

Cevap:

Maksimum yükseklik $\rightarrow h = \dfrac{v_i^2 . \sin^2\theta}{2g}$

Menzil $\rightarrow R = \dfrac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}$

Yukarı çıkış için $\rightarrow \theta = 90° \rightarrow h = \dfrac{v_i^2 . (\overbrace{\sin 90°}^{1})^2}{2g}$

$\rightarrow h = \dfrac{v_i^2}{2g} \rightarrow \boxed{v_i^2 = 2gh}$ (1)

Maksimum menzil için $\rightarrow \theta = 45° \rightarrow R = \dfrac{v_i^2 . \overbrace{\sin 90°}^{1}}{g}$

$\rightarrow R = \dfrac{v_i^2}{g} \rightarrow \boxed{v_i^2 = g . R}$ (2)

(1) ≡ (2)

$2gh = g . R \rightarrow h = \dfrac{R}{2} = \dfrac{40}{2} = 20m$

II. yol $v_{ix} = v_i . \cos\theta$, $v_{iy} = v_i . \sin\theta$.

x-yönü $\rightarrow \underset{R}{x_s} - \underset{0}{x_i} = v_{ix} . t + \frac{1}{2} \underset{0}{a_x} t^2 \rightarrow R = v_i \cos\theta t$

y-yönü $\rightarrow \underset{0}{y_s} - \underset{0}{y_i} = v_{iy} . t + \frac{1}{2} \underset{-g}{a_y} t^2 \rightarrow t = \dfrac{2v_i \sin\theta}{g}$

$R = v_i . \cos\theta . t = v_i . \cos\theta . \dfrac{2v_i \sin\theta}{g}$

$2\cos\theta \sin\theta = \sin 2\theta \rightarrow R = \dfrac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}$

h_{max}? $\underset{h_{max}}{y_s} - \underset{0}{y_i} = v_{iy} . t + \frac{1}{2} a_y t^2$ $t \rightarrow t_{çıkış} = \frac{t}{2}$

$t_{çıkış} = \dfrac{v_i \sin\theta}{g}$

$h_{max} = v_i . \sin\theta \dfrac{v_i \sin\theta}{g} - \dfrac{1}{2} g \dfrac{v_i^2 \sin^2\theta}{g^2} = \dfrac{v_i^2 \sin^2\theta}{2g}$

Yukarı çıkış için $\rightarrow \theta = 90° \rightarrow h = \dfrac{v_i^2 (\sin 90°)^2}{2g} = \dfrac{v_i^2}{2g}$

$\rightarrow v_i^2 = 2gh$ -- (1)

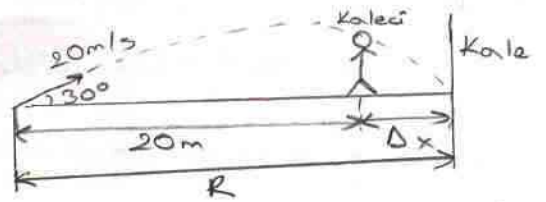
Max menzil için $\rightarrow \theta = 45° \rightarrow R = \dfrac{v_i^2 \sin 90°}{g} = \dfrac{v_i^2}{g}$

$\rightarrow v_i^2 = R . g$ .. (2)

(1) ≡ (2) $\rightarrow 2gh = g . R \rightarrow h = \dfrac{R}{2} = \dfrac{40}{2} = 20m$

4.58 – Bir futbol topuyla, yatayla 30°'lik açıda 20m/s'lik ilk hızla kaleciye doğru şut çekilmektedir. O anda kaleci, şut çeken oyuncudan 20m uzaktadır. Kaleci topun atıldığı seviyede topu yakalamak için hangi yönde ve hangi sabit hızda koşmalıdır?

Cevap: $\cos 30° = 0,86$ $\sin 30° = 0,5$



Topun yatay menzili $\rightarrow R = \dfrac{v_i^2 . \sin 2\theta}{g}$

$R = \dfrac{(20)^2 . \sin 60°}{9,8} = \dfrac{400 . (0,86)}{9,8} = 35,1m$

Uçuş süresi $\rightarrow t = \dfrac{2 v_i \sin\theta}{g} = \dfrac{2 . 20 . \sin 30°}{9,8}$

$t = \dfrac{40 . 0,5}{9,8} = 2,04s$

Kaleci topun düştüğü yerden Δx kadar uzaktadır: $\Delta x = 35,1 - 20 = 15,1m$

Bu mesafeyi 2,04s'de alması için hızı,

$x = v . t$'den $\rightarrow v = \dfrac{x}{t} = \dfrac{15,1}{2,04} = 7,4 m/s$

topun atış yönünde

II. yol $v_{ix} = v_i \cos 30°$, $v_{iy} = v_i . \sin 30°$

x-yönü $\rightarrow \underset{R}{x_s} - \underset{0}{x_i} = v_{ix} . t + \frac{1}{2} \underset{0}{a_x} t^2 \rightarrow R = v_i \cos 30° . t$

y-yönü $\rightarrow \underset{0}{y_s} - \underset{0}{y_i} = v_{iy} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \rightarrow 0 = v_i \sin 30 t - \frac{1}{2} g t^2$

$\rightarrow v_i \sin 30\, t = \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow t = \dfrac{2v_i \sin 30°}{g}$

$\rightarrow R = v_i \cos 30° \dfrac{2 v_i \sin 30°}{g}$

$(2 \sin 30° . \cos 30° = \sin 60°)$

$\rightarrow R = \dfrac{v_i^2 \sin 60°}{g} = \dfrac{(20)^2 0,86}{9,8} = 35,1m$

$t = \dfrac{2 . 20 . 0,5}{9,8} = 2,04s$

Kaleci topun düştüğü yerden Δx kadar uzaktadır: $\Delta x = 35,1 - 20 = 15,1m$

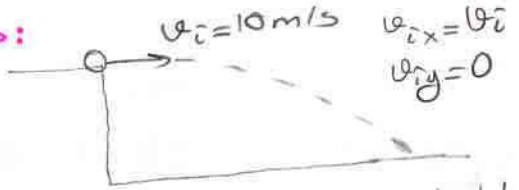
Bu mesafeyi 2,04s'de alması için hızı:

$x = v t$'den $\rightarrow v = \dfrac{x}{t} = \dfrac{15,1}{2,04} = 7,4 m/s$ hızla,

topun atış yönünde koşmalıdır.

4.62 – Karpuz yüklü bir kamyon, kapanmış bir köprünün kenarına ulaşmak için aniden durur ve karpuzların dışarıya fırlamasına neden olur. Bir karpuz yatay doğrultuda $v_i = 10$ m/s ilk hızla kenardan yuvarlanır. Köprü altında hareketin kesiti, x ve y metre cinsinden olmak üzere $y^2 = 16x$ bağıntısıyla verilen, tepe noktası yolun kenarında olan bir parabolün alt yarısı şeklindedir. Karpuz aşağıya vurduğu zaman x ve y koordinatları nedir?

Cevap:



$y^2 = 16x$ ...... ① (yörünge denklemi)

$\vec{x} = \underset{0}{\vec{x}_i} + \vec{v}_{xi} \cdot t + \frac{1}{2} \underset{0}{\vec{a}_x} t^2 \rightarrow x = v_{ix} \cdot t \rightarrow x = v_i \cdot t \ldots$ ②

$\vec{y} = \underset{0}{\vec{y}_i} + \underset{0}{\vec{v}_{yi}} \cdot t + \frac{1}{2} \vec{a}_y t^2 \rightarrow y = -\frac{1}{2} g t^2 \ldots$ ③

②'den $x = v_i \cdot t \rightarrow t = \frac{x}{v_i}$ ③'de yerine yazalım.

③ $\rightarrow y = -\frac{1}{2} g t^2 \rightarrow \left(y = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_i^2}\right)^2$

$\rightarrow y^2 = \frac{1}{4} g^2 \frac{x^4}{v_i^4}$ ① ile eşitlenirse,

$y^2 \equiv y^2$

$16x = \frac{1}{4} g^2 \frac{x^4}{v_i^4}$

$\frac{1}{4} g^2 \frac{x^4}{v_i^4} - 16x = 0 \rightarrow x\left[\frac{g^2 x^3}{v_i^4} - 16\right] = 0$

$\boxed{x = 0}$ veya $\frac{g^2 x^3}{v_i^4} - 16 = 0$'dır.

$\downarrow$

$x^3 = \frac{4 \cdot 16 \cdot v_i^4}{g^2} = \frac{64 \cdot (10)^2}{(9,8)^2}$

$\boxed{x = 18,8\,m}$

$t = \frac{x}{v_i} = \frac{18,8}{10} = 1,88$ s

$\boxed{y = -\frac{1}{2} g t^2 = -\frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot (1,88)^2 = -17,3\,m}$