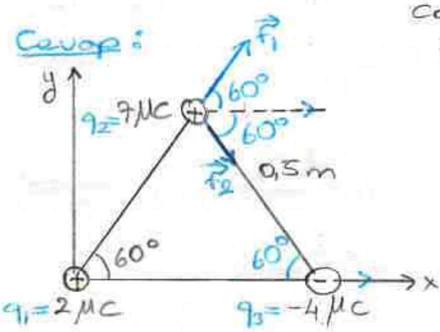
23.7(7) – $2\mu C$, $7\mu C$ ve $-4\mu C$'luk üç nokta yük bir eşkenar üçgenin köşelerinde bulunuyor. $7\mu C$'luk yük üzerindeki net elektrik kuvvetini bulunuz.

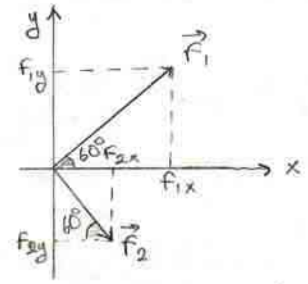
Cevap:



Coulomb Kanunu
$F = k\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{r^2}$

$k = 9\cdot10^9\,Nm^2/C^2$
Coulomb Sabiti

$\cos 60° = 0,5$
$\sin 60° = 0,8$



$F_{1x} = F_1 \cdot \cos 60°$
$F_{1y} = F_1 \cdot \sin 60°$
$F_{2x} = F_2 \cdot \cos 60°$
$F_{2y} = F_2 \cdot \sin 60°$

$$\vec{F}_{net} = \Sigma F_x \cdot \hat{i} + \Sigma F_y \cdot \hat{j} \Rightarrow$$

$$F_1 = \frac{k\,q_1 q_2}{r^2} = \frac{9\cdot10^9\cdot(2\cdot10^{-6})(7\cdot10^{-6})}{(0,5)^2} = 0,504\text{ N}$$

$$F_2 = \frac{k\,q_2 q_3}{r^2} = \frac{9\cdot10^9\cdot(7\cdot10^{-6})(4\cdot10^{-6})}{(0,5)^2} = 1,008\text{ N}$$

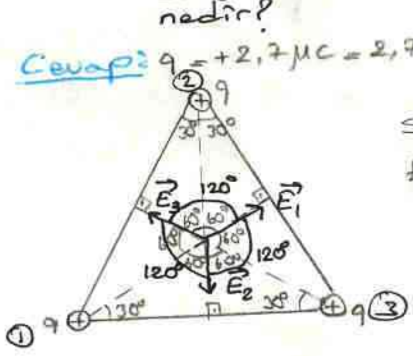
$$\Sigma F_x = F_{1x} + F_{2x} = (F_1 + F_2)\cdot\cos 60°$$
$$\Sigma F_x = (0,504 + 1,008)\cdot 0,5 = 0,756\text{ N}$$

$$\Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} = (F_1 - F_2)\cdot \sin 60°$$
$$\Sigma F_y = (0,504 - 1,008)\cdot 0,8 = -0,4032\text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{net} = (0,756)\hat{i} - (0,436)\hat{j}$$
$$|\vec{F}_{net}| = \sqrt{(0,756)^2 + (-0,4032)^2}$$
$$F_{net} = 0,8568\text{ N}$$

23.YOK(22) – Üç özdeş nokta yük ($q = +2,7\mu C$) 35cm kenar uzunluklu bir eşkenar üçgenin köşelerine yerleştiriliyor. Üçgenin merkezinde bileşke elektrik alanın büyüklüğü nedir?

Cevap: $q = +2,7\mu C = 2,7\cdot10^{-6}C$, $a = 35$ cm

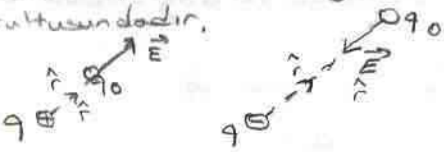


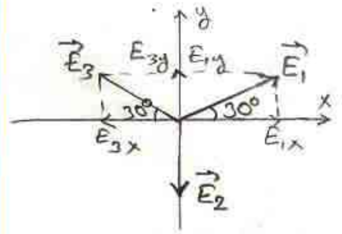
Simetriden dolayı
$E_1 = E_2 = E_3$ 'dür.

Merkezde bir deneme yükünün (q_0) olduğunu düşünüyoruz.

$$\vec{F} = \frac{k\,q_0\,q}{r^2}\hat{r}, \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{kq}{r^2}\hat{r}$$

$\vec{E}$, deneme yükünce oluşturulmayıp, deneme yüküne dışarıdan etkiyen bir alandır. $\vec{E}$, $\vec{F}$ doğrultusundadır.





$E_{1y} = E_1 \cdot \sin 30°$
$E_{3y} = E_3 \cdot \sin 30° = E_1 \cdot \sin 30°$
$\quad \hookrightarrow E_1 = E_2 = E_3$
$E_{1x} = E_1 \cdot \cos 30°$
$E_{3x} = E_3 \cdot \cos 30° = E_1 \cdot \cos 30°$
$\quad \hookrightarrow E_1 = E_2 = E_3$

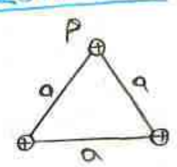
$\checkmark\ \Sigma E_x = E_{1x} - E_{3x} = E_1\cos 30° - E_1 \cos 30° = 0$

$\checkmark\ \Sigma E_y = E_{1y} + E_{3y} - E_2 = E_1 \sin 30° + E_1 \sin 30° - \underset{E_1 = E_2 = E_3}{E_2}$

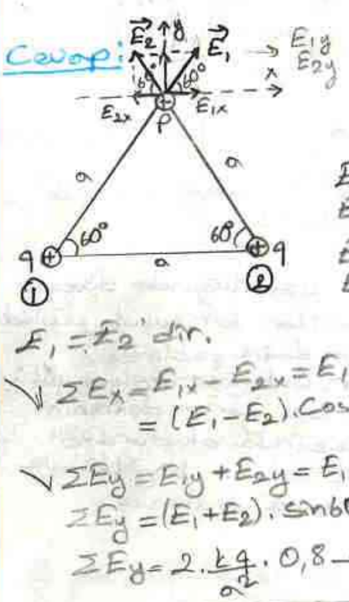
$\Sigma E_y = 2E_1 \underbrace{\sin 30°}_{0,5} - E_1 = E_1 - E_1 = 0$

$\left.\begin{array}{l}\Sigma E_x = 0\\ \Sigma E_y = 0\end{array}\right\}$ Merkezde net (bileşke) elektrik alan $\rightarrow \boxed{E = 0}$ olur.

23.17(23) – Şekildeki gibi üç eşit "+" q yüklü, a kenarlı bir eşkenar üçgenin köşelerindedir. a) Yükler düzleminde hangi noktada (∞ dışında) elektrik alanı sıfırdır? b) P noktasında, üçgenin iki taban yükünden ileri gelen elektrik alanın büyüklük ve doğrultusu nedir?



Cevap:



$E = \frac{kq}{r^2}$ idi.

$E_1 = \frac{kq}{a^2}$, $E_2 = \frac{kq}{a^2}$

$E_{1x} = E_1 \cdot \cos 60°$
$E_{1y} = E_1 \cdot \sin 60°$
$E_{2x} = E_2 \cdot \cos 60°$
$E_{2y} = E_2 \cdot \sin 60°$

$E_1 = E_2$ 'dir.

$\checkmark\ \Sigma E_x = E_{1x} - E_{2x} = E_1 \cos 60° - E_2 \cos 60°$
$\quad = (E_1 - E_2)\cdot\cos 60° \xrightarrow{E_1 = E_2} \boxed{\Sigma E_x = 0}$

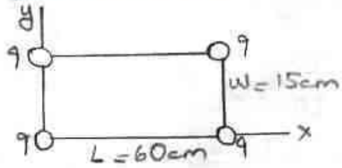
$\checkmark\ \Sigma E_y = E_{1y} + E_{2y} = E_1 \sin 60° + E_2 \sin 60°$
$\quad \Sigma E_y = (E_1 + E_2)\cdot \sin 60° \xrightarrow{E_1 = E_2} \Sigma E_y = 2E_1 \cdot \sin 60°$
$\quad \Sigma E_y = 2\cdot\frac{kq}{a^2}\cdot 0,8 \rightarrow \boxed{\Sigma E_y = 1,6\frac{kq}{a^2}}$

$\checkmark\ E = |\vec{E}| = \sqrt{(\Sigma E_x)^2 + (\Sigma E_y)^2} = 1,6\cdot\frac{kq}{a^2}$ //

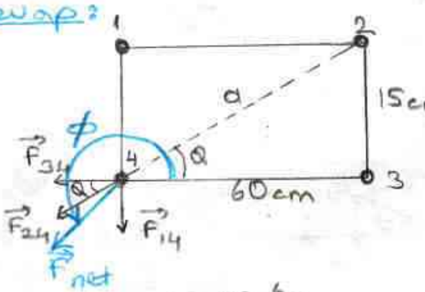
$\checkmark\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{E_y}{E_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1,6\cdot\frac{kq}{a^2}}{\underbrace{0}_{\infty}}\right) = \tan^{-1}(\infty) = 90°$ //

+x-eksenine göre $\vec{E} = 1,6\cdot\frac{kq}{a^2}\,\hat{j}$ //

23.9(55) – Şekildeki gibi dört özdeş nokta yük ($q=10\mu C$) dikdörtgenin köşelerine yerleştirilmiştir. Sol alt köşedeki yüke diğer yüklerin uyguladığı net elektrik kuvvetinin büyüklük ve doğrultusunu bulunuz.



Cevap:



$q = 10\mu C = 10.10^{-6} C$

$L = 60cm = 0{,}6m$, $W = 15cm = 0{,}15m$

$a = \sqrt{L^2+W^2} = 61{,}85\,cm = 0{,}6185\,cm$

$\cos\theta = \frac{0{,}6}{a} = \frac{0{,}6}{0{,}6185}$

$\rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{0{,}6}{0{,}6185}\right) = 14^\circ$

$F_{34} = \frac{k.q_3.q_4}{L^2} = \frac{9.10^9.10.10^{-6}.10.10^{-6}}{(0{,}6)^2}$

$= 2{,}5N$

$F_{14} = k\frac{q_1.q_4}{W^2} = \frac{9.10^9.10.10^{-6}.10.10^{-6}}{(0{,}15)^2} = 40N$

$F_{24} = k\frac{q_2.q_4}{a^2} = \frac{9.10^9.10.10^{-6}.10.10^{-6}}{(0{,}6185)^2} = 2{,}53N$

$\Sigma F_x = -F_{34} + (F_{24})_x = -F_{34} - F_{24}.\cos 14^\circ$
$= -4{,}78N$

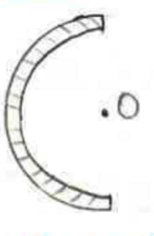
$\Sigma F_y = -F_{14} + (F_{24})_y = -F_{14} - F_{24}.\sin 14^\circ$
$= -40{,}57\,N$

$\vec{F}_{net} = (-4{,}78\,\hat{i} - 40{,}57\,\hat{j})N$

$F_{net} = |\vec{F}_{net}| = \sqrt{(-4{,}78)^2 + (-40{,}57)^2} = 40{,}9N$

$\tan\phi = \frac{F_y}{F_x} = \frac{-40{,}57}{-4{,}78} \rightarrow \phi = 263^\circ$ //

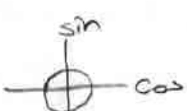
23.33(39) – 14cm uzunluğunda düzgün yüklü yalıtkan bir çubuk, şekildeki gibi yarım daire şeklinde bükülüyor. Çubuğun toplam yükü $-7{,}5\mu C$ ise yarım dairenin O merkezinde oluşturduğu elektrik alanın büyüklük ve doğrultusunu bulunuz.

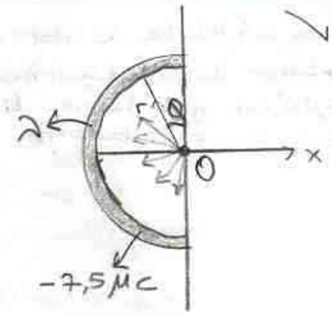


Cevap: Çizgisel yük yoğunluğu $\rightarrow \lambda = \frac{Q}{\ell}$

$L = 14cm = 0{,}14m$

$E = \frac{kq}{r^2}$





✓ Simetriden dolayı,
$E_y = \int dE_y = 0$ 'dır.

✓ $E_x = \int dE_x = \int dE.\sin\theta$

$E_x = \int \frac{k\,dq}{r^2}\sin\theta$

$\lambda = \frac{q}{x} \rightarrow q = \lambda.x \rightarrow \boxed{dq = \lambda.dx} \Rightarrow$

$\rightarrow dx = r.d\theta$ 'dır.

$\Rightarrow \boxed{dq = \lambda.r.d\theta}$ //

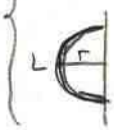
$E_x = \int\frac{k\,dq}{r^2}\sin\theta = \int_{\pi/2}^{3\pi/2}\frac{k\lambda r\,d\theta}{r^2}\sin\theta$

$E_x = \frac{k\lambda}{r}\int_{\pi/2}^{3\pi/2}\sin\theta.d\theta = \frac{2k\lambda}{r}\int_{\pi/2}^{\pi}\sin\theta\,d\theta$

$E_x = \frac{2k\lambda}{r}(-\cos\theta)\Big|_{\pi/2}^{\pi} = -\frac{2k\lambda}{r}[\underbrace{\cos\pi}_{(-1)} - \underbrace{\cos\frac{\pi}{2}}_{0}]$

$E_x = -\frac{2k\lambda}{r}.(-1) = \frac{2k\lambda}{r}$

$\lambda = \frac{q}{L}$



$L = r.\pi \rightarrow r = \frac{L}{\pi}$

$E_x = \frac{2k.\frac{q}{L}}{\frac{L}{\pi}} = \frac{2kq\pi}{L^2}$

$E_x = \frac{2.9.10^9.(7{,}5.10^{-6}).3{,}14}{(0{,}14)^2} = 2{,}16.10^7 N/C$

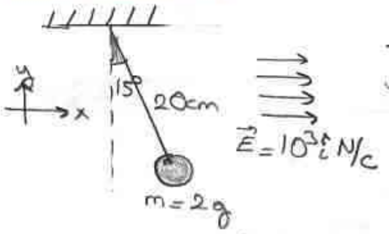
$E_x = 2.16.10^7 N/C$, $E_y = 0$ $\Big\}$ $\vec{E} = -E_x\,\hat{i} + E_y\,\hat{j}$

$\vec{E} = (-2{,}16.10^7\,\hat{i})\,N/C$

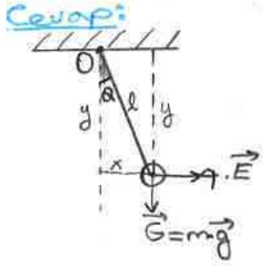
$E = |\vec{E}| = 2.16.10^7 N/C$

[Çubuk (–) yüklü olduğundan
$\vec{E} = -2{,}16.10^7\,\hat{i}$ N/C]

23.52 (54) – Şekildeki gibi 2g'lık plastik küçük bir top 20cm uzunluğunda bir iple düzgün bir elektrik alanında asılıyor. Top, şekildeki gibi ipin düşeyle 15° lik bir açı yapması durumunda dengede ise, topta ne kadar net yük vardır?



Cevap:



$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q} \rightarrow \vec{F}=q.\vec{E}$

$m=2g=2.10^{-3}kg$

$\tan 15° \cong 0,268$

$\tan\theta=\frac{x}{y}$

✓ Dönme Dengesi

$\vec{\tau}=\vec{r}\times\vec{F}=r.F.\sin\theta$ idi.

Torklar eşittir.

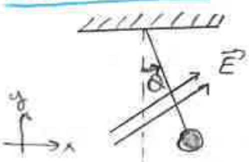
$x.(mg\ \underset{1}{\sin 90°})=y.(qE.\underset{1}{\sin 90°})$

$x.mg=y.qE$

$\rightarrow q=\frac{x\,mg}{E.y}=\frac{mg}{E}.\frac{x}{y}=\frac{mg}{E}.\overset{15°}{\tan\theta}$

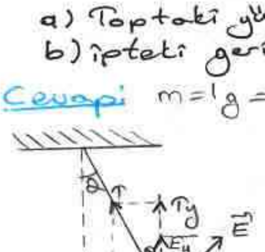
$\rightarrow q=\frac{2.10^{-3}.10}{10^3}.(0,268)=5,36.10^{-6}C$
$=5,36\mu C$

23.53(55) – Şekildeki gibi 1g'lık bir top ince bir iple düzgün bir elektrik alanın bulunduğu bir bölgede asılıyor. $\vec{E}=(3\hat{i}+5\hat{j}).10^5$ N/C olduğunda $\theta=37°$'da dengede kalıyor.



a) Toptaki yükü,
b) İpteki gerilmeyi bulunuz.

Cevap: $m=1g=1.10^{-3}kg$, $\vec{F}=q.\vec{E}$



$\vec{E}=(3\hat{i}+5\hat{j}).10^5$ N/C

$E_x=3.10^5$ N/C

$E_y=5.10^5$ N/C

✓ Öteleme Dengesi

⊛ $\Sigma F_x=q.E_x-T_x$

$\Sigma F_x=qE_x-T.\sin\theta=0$

⊛ $\Sigma F_y=qE_y+T_y-mg=qE_y+T\cos\theta-mg=0$

a) $qE_x-T\sin\theta=0 \rightarrow T=\frac{qE_x}{\sin\theta}$

$qE_y+T\cos\theta-mg=0$

$q.E_y+\frac{q\,E_x}{\sin\theta}.\cos\theta-mg=0$

$q\,E_y+q\,E_x\cot\theta=mg \rightarrow q=\frac{mg}{E_x\cot\theta+E_y}$

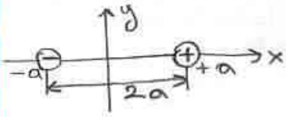
$\rightarrow q=\frac{1.10^{-3}.10}{3.10^5\cot 37°+5.10^5}=1,17.10^{-8}C$

$(\cot 37°=1,18)$

b) $T=\frac{q.E_x}{\sin\theta}=\frac{1,17.10^{-8}.3.10^5}{\sin 37°}=5,48.10^{-3}N$

$(\sin 37°=0,64)$

23.21(61) – Şekilde gösterilen elektrik dipolünü ele alalım. x-ekseni üzerinde uzak bir noktada elektrik alanın, $p=2qa$ dipol momenti olmak üzere, $E_x\cong 2kp/x^3$ ile verildiğini gösteriniz.



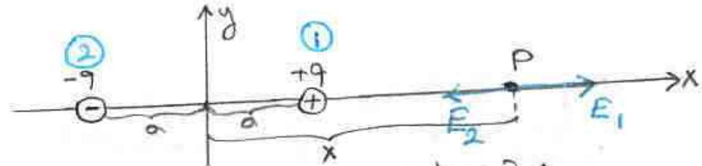
Cevap:

NOT: Elektrik dipol, birbirinde d uzaklıkta eşit ve zıt iki yükten oluşur.

−q —d— +q   Elektrik dipol momenti: $p=q.d$'dir.

Bu soruda $p=q.2a$'dır.

$E=\frac{kq}{r^2}$, Herhangi bir x noktasında elektrik alan şudur:



$\vec{E}=\vec{E_1}-\vec{E_2}=\left\{\frac{kq}{(x-a)^2}-\frac{kq}{(x+a)^2}\right\}\hat{i}$

$\vec{E}=kq\left\{\frac{1}{(x-a)^2}-\frac{1}{(x+a)^2}\right\}\hat{i}=kq\left\{\frac{(x+a)^2-(x-a)^2}{(x-a)^2.(x+a)^2}\right\}\hat{i}$

$\vec{E}=kq\left\{\frac{\cancel{x^2}+2ax+\cancel{a^2}-\cancel{x^2}+2ax-\cancel{a^2}}{(x^2-a^2)^2}\right\}\hat{i}=\frac{kq\,4ax}{(x^2-a^2)^2}\hat{i}$

Uzak bir noktada → $x>>a$ iken

$\vec{E}=\frac{kq\,4ax}{(x^2-a^2)^2}\hat{i}=\frac{kq\,4ax}{\left[x^2\left(1-\frac{a^2}{x^2}\right)\right]^2}\hat{i}=\frac{kq\,4ax}{x^4\left[1-\cancel{\frac{a^2}{x^2}}\right]^2}\hat{i}$

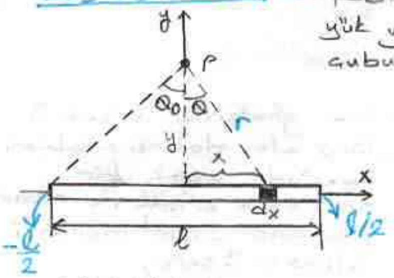
$x>>a$ ihmal

$\vec{E}\cong\frac{kq\,4ax}{x^4}\hat{i}\cong\frac{4kqa}{x^3}\hat{i}$

$\vec{E}\cong\frac{2k\overbrace{(q.2a)}^{p}}{x^3}\hat{i} \rightarrow \vec{E}\cong\frac{2kp}{x^3}\hat{i}$

$E_x\cong\frac{2kp}{x^3}$

23.35(69) – Şekildeki gibi, uzunluğu l, boyca yük yoğunluğu λ olan ince bir çubuk x-ekseni üzerindedir.



a) Çubuğun orta dikmesi üzerinde, çubuktan y uzaklıktaki P noktada elektrik alanın x bileşeni olmadığını ve $E = 2k\lambda \sin\theta_0 / y$ ile verildiğini gösteriniz.

b) (a)'daki sonucu kullanarak sonsuz uzunluklu bir çubuğun alanının $E = 2k\lambda/y$ ile verildiğini gösteriniz.

Cevap: $E = \frac{kq}{r^2}$, $r = \sqrt{x^2+y^2}$

$$\cos\theta = \frac{y}{r} = \frac{y}{(x^2+y^2)^{1/2}}$$

$$E = \frac{kq}{[(x^2+y^2)^{1/2}]^2} = \frac{kq}{(x^2+y^2)}$$

a) dx uzunluğundaki her bir eleman nedeniyle P noktasında elektrik alan,

$$dE = \frac{k.dq}{(x^2+y^2)}$$

olur ve uzunluk elemanından P noktasına doğru yönelir. Simetri nedeniyle,

$$E_x = \int dE_x = 0 \text{'dır.}$$

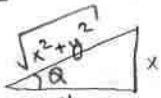
$$\lambda = \frac{q}{x} \rightarrow q = \lambda . x \rightarrow dq = \lambda . dx$$

$$E = E_y = \int dE_y = \int dE . \cos\theta$$

$$E = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{k.dq}{(x^2+y^2)} . \frac{y}{(x^2+y^2)^{1/2}} = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{k y . dq}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$E = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{k.y.\lambda.dx}{(x^2+y^2)^{3/2}} = k\lambda y \int_{-l/2}^{l/2} \frac{dx}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$E = 2.k.\lambda \int_0^{l/2} \frac{y.dx}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$



$(\tan 0° = 0)$

$$\tan\theta = \frac{x}{y} \rightarrow x = y . \tan\theta \rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow \theta = 0 \\ x = \frac{l}{2} \Rightarrow \theta = \theta_0 \end{cases}$$

$$\rightarrow dx = y . \frac{1}{\cos^2\theta} . d\theta$$

$$E = 2k\lambda . \int_0^{\theta_0} \frac{y . y\frac{1}{\cos^2\theta} . d\theta}{(y^2 \tan^2\theta + y^2)^{3/2}}$$

$$E = 2k\lambda \int_0^{\theta_0} \frac{y^2 . d\theta}{[y^2(\tan^2\theta+1)]^{3/2} . \cos^2\theta}$$

$$E = \frac{2k\lambda . y^2}{y^3} \int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{\cos^2\theta \, (\tan^2\theta+1)^{3/2}}$$

$$E = \frac{2k\lambda}{y} \int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{\cos^2\theta \left(\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}+1\right)^{3/2}}$$

$$E = \frac{2k\lambda}{y} \int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{\cos^2\theta \left(\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\cos^2\theta}\right)^{3/2}}$$

$$E = \frac{2k\lambda}{y} \int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{\cancel{\cos^2\theta} . \frac{1}{\cos^{\cancel{3}}\theta}}$$

$$E = \frac{2k\lambda}{y} \int_0^{\theta_0} \cos\theta . d\theta = \frac{2k\lambda}{y} (\sin\theta) \Big|_0^{\theta_0}$$

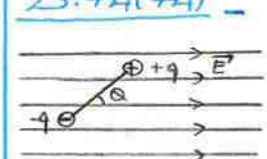
$$E = \frac{2k\lambda}{y} [\sin\theta_0 - \underbrace{\sin 0°}_{0}]$$

$$\Rightarrow E = \frac{2k\lambda \sin\theta_0}{y} \quad //$$

b) Sonsuz bir çubuk için $\theta_0 = 90°$'dir.

$$\theta_0 = 90° \Rightarrow \sin 90° = 1 \rightarrow E = \frac{2k\lambda}{y} \quad //$$

23.44(74) – Düzgün bir elektrik alanında bir elektrik dipolü şekildeki gibi, θ küçük olmak üzere, denge konumundan hafifçe ayıralım. Dipol momenti $p = 2qa$ ve dipolün eylemsizlik momenti I'dır. Dipolün bu konumdan serbest bırakılması durumunda, $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{pE}{I}}$ frekansıyla basit harmonik hareket yapacağını gösteriniz.



Cevap: Yüke etkiyen elektrostatik kuvvetler net bir moment (tork) oluşturur.

$\underset{-q}{\ominus} \overset{r}{—} \underset{+q}{\oplus}$ $\quad p = q . 2a \rightarrow r = 2a$'dır.

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \rightarrow \tau = r . F . \sin\theta = 2a . F . \sin\theta$$
$$\rightarrow \tau = 2aqE \sin\theta$$

Hafifçe ayrılıyor. → Küçük θ için $\sin\theta \approx \theta$'dır.

$p = 2a . q$

$$\tau = (2aq) . E . \sin\theta = p . E . \theta \ldots ①$$

Momentin ürettiği açısal ivme α,

$$\tau = I . \alpha = -I . \frac{d^2\theta}{dt^2} \ldots ②$$

(−) → geri çağırıcı kuvvet

$$① \equiv ② \text{'den} \rightarrow p . E . \theta = -I . \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} = \left(-\frac{pE}{I}\right) . \theta$$

Bu eşitlik $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega^2 \theta$ olarak yazılabilir.

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{pE}{I} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{pE}{I}} \rightarrow 2\pi f = \sqrt{\frac{pE}{I}}$$

$$\rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{pE}{I}} \quad //$$

NOT: $F = -kx$ (Yaya bağlı kütle)

$m . a = -kx \rightarrow a = \left(-\frac{k}{m}\right) . x$ idi.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \omega^2 . x$$

23.44 (47) – Bir elektron demetindeki elektronların her birinin kinetik enerjisi $1,6.10^{-17}$ J'dür. Bu elektronları 10cm'lik bir mesafede durduracak olan elektrik alanın büyüklük ve doğrultusunu bulunuz.

Cevap: $W = \Delta K$ (İş – Kin. En. Teoremi)

$$W = \vec{F}.\vec{x} = F.d.\cos 180 = -F.d$$

$$-F.d = K_s - K_i$$

$$F.d = K_i - \underbrace{\cancel{K_s}}_{0}$$

$$F.d = K \rightarrow q.E.d = K \rightarrow e.E.d = K$$

$$\rightarrow E = \frac{K}{e.d} = \frac{1,6.10^{-17}}{1,6.10^{-19}.(10.10^{-2})} = 10^3 N/C$$

$\vec{E}$'nin yönü v'e paraleldir.

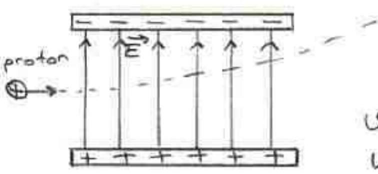
23.47 (51) – Bir proton yatay doğrultuda $4,5.10^5$ m/s'lik bir ilk hızla, düşey doğrultulu $9,6.10^3$ N/C'luk düzgün bir elektrik alanına giriyor. Gravitasyonel etkileri ihmal ederek,

a) protonun yatay olarak 5cm yol alması için geçen süreyi,

b) protonun, yatay olarak 5cm yol alması durumunda düşey yerdeğiştirmesini,

c) protonun yatay olarak 5cm yol aldığı durumda hızının yatay ve düşey bileşenlerini bulunuz.

Cevap:



Proton elektrik alan doğrultusunda bir ivme kazanır.

$$v_{ix} = v_0$$
$$v_{iy} = 0$$

a) $x = v_i.t \rightarrow t = \frac{x}{v} = \frac{5.10^{-2}}{4,5.10^5} = 1,11.10^{-7}$ s

b) $F = q.E \rightarrow m.a = q.E$

$$\rightarrow a = \frac{qE}{m} = \frac{1,6.10^{-19}.9,6.10^3}{1,67.10^{-27}} = 9,2.10^{11} m/s^2$$

$$\underbrace{y_s}_{y} - \underbrace{\cancel{y_i}}_{0} = \underbrace{\cancel{v_{iy}}}_{0}.t + \frac{1}{2}a_y.t^2$$

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 = \frac{1}{2}(9,2.10^{11}).(1,11.10^{-7})^2$$

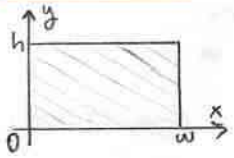
$$y = 5,6.10^{-3} m$$

c) $v_{sx} = v_{ix} = \text{sabit} = 4,5.10^5$ m/s

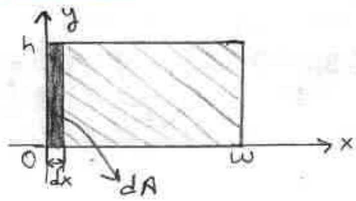
$$v_{sy} = \underbrace{\cancel{v_{iy}}}_{0} + a_y.t = (9,2.10^{11}).(1,11.10^{-7})$$

$$v_{sy} = 1,02.10^5 m/s$$

24. YOK(6) – Düzgün olmayan bir elektrik alanı a, b ve c sabit olmak üzere, $\vec{E} = ay\hat{i} + bz\hat{j} + cx\hat{k}$ ifadesiyle veriliyor. x=0'dan x=w'a ve y=0'dan y=h'e kadar uzanan xy düzlemindeki dikdörtgen bir yüzeyden geçen elektrik akısını bulunuz.



Cevap:



$$\vec{E} = ay\hat{i} + bz\hat{j} + cx\hat{k}$$

$E_x = ay$
$E_y = bz$
$E_z = cx$

$dA = dx.h$

$\Phi = \int \vec{E_n} \, . \, d\vec{A}$

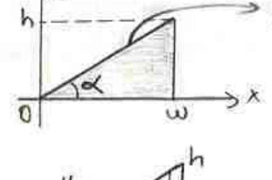
↳ Elektrik alanın yüzeye dik olan bileşeni

Burada elektrik alanın yüzeye dik bileşeni E_z'dir.

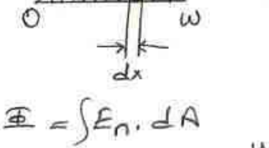
$$\Phi = \int E_z . dA = \int_0^w (cx).(dx.h) = ch\int_0^w x.dx$$

$$\Phi = ch.\frac{x^2}{2}\Big|_0^w = \frac{ch}{2}[w^2 - 0^2] = \frac{chw^2}{2} \;//$$

24. YOK(7) – Bir elektrik alanı a ve b sabit olmak üzere, $\vec{E} = az\hat{i} + bx\hat{k}$ ile veriliyor. Şekilde gösterilen üçgen yüzeyden geçen elektrik akısını bulunuz.

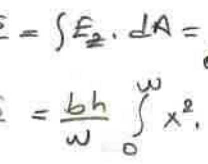


Cevap:



$y = a.x$
↳ $\tan\alpha = \frac{h}{w} \Rightarrow \boxed{y = \frac{h}{w}.x}$

$\vec{E} = az\hat{i} + bx\hat{k}$ $\begin{cases} E_x = az \\ E_y = 0 \\ E_z = bx \end{cases}$



$dA = y.dx$

$$\Phi = \int E_n . dA$$

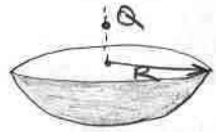
$$\Phi = \int E_z . dA = \int_0^w (bx).(y\,dx) = \int_0^w bx . \frac{h}{w}.x.dx$$

$$\Phi = \frac{bh}{w}\int_0^w x^2 . dx = \frac{bh}{w}\,\frac{x^3}{3}\Big|_0^w$$

$$\Phi = \frac{bh}{3w}[w^3 - 0^3] = \frac{bh}{3\cancel{w}} . w^{\cancel{3}\,2}$$

$$\Phi = \frac{bhw^2}{3}$$

24.15(23) – Şekildeki gibi, bir Q nokta yükü R yarıçaplı bir yarım kürenin düz yüzünün merkezinin hemen yukarısında bulunuyor.
a) Bu yarım kürenin düz olmayan yüzeyinden geçen elektrik akısı nedir?
b) Bu yarım kürenin düz yüzünden geçen elektrik akısı nedir?



Cevap: $\Phi = \int E . dA = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$

a) Tam küre için → $\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

Yarım küre için → $\Phi = \frac{Q}{2\varepsilon_0}$

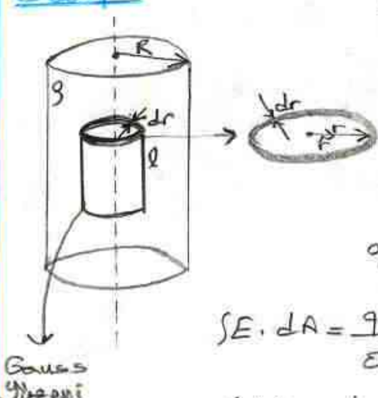
b) $\underbrace{\Phi_{toplam} = \Phi_{rü} + \Phi_{küre\,yüzeyi} = 0}$

$$\Phi_{rü} + \frac{Q}{2\varepsilon_0} = 0$$

$$\Phi_{rü} = -\frac{Q}{2\varepsilon_0} \;//$$

24.29(35) – R yarıçaplı, ρ düzgün yük yoğunluklu uzun silindirik bir yük dağılımı düşünelim. r < R olmak üzere, eksenden r uzaklıkta elektrik alanını bulunuz.

Cevap:



$$\Phi_{yüzey} = \oint E . dA = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$$

$\left(\rho = \frac{q}{V} \rightarrow q = \rho.V\text{'den}\right)$

$q = \int \rho . dV$'dir.

$$\int E . dA = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0} = \frac{\int \rho . dV}{\varepsilon_0}$$

$$E.\int dA = \frac{1}{\varepsilon_0}.\int \rho . dV$$

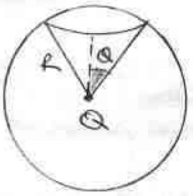
$\rightarrow E.(2\pi r.l) = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho.\int dV \rightarrow E.2\pi r l = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\int l.2\pi r.dr$

$\rightarrow E.2\pi r \cancel{l} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho.\cancel{l}.2\pi\int_0^r r.dr$

$\rightarrow E = \frac{\rho}{\varepsilon_0 . r}.\int_0^r r.dr = \frac{\rho}{\varepsilon_0 . r}\,\frac{r^2}{2}\Big|_0^r = \frac{\rho}{2\varepsilon_0 . r}[r^2 - 0^2]$

$\rightarrow E = \frac{\rho}{2\varepsilon_0 \cancel{r}}.r^{\cancel{2}} \rightarrow E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} \rightarrow \vec{E} = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}\hat{r}$

24.51(49) – Bir Q nokta yükü, R yarıçaplı bir kürenin merkezinde bulunmaktadır.



a) Q yarım açılı dairesel paraçadan geçen elektrik akısının,

$$\Phi = \frac{Q}{2\varepsilon_0}(1-\cos\theta)$$

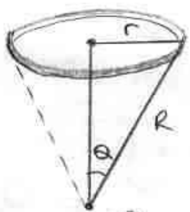
ile verildiğini gösteriniz.

b) $\theta = 90°$ için akı ne kadardır?

c) $\theta = 180°$ için akı ne kadardır?

Cevap:

a)



Yay uzunluğu: $ds = R.d\theta$

$r = R.\sin\theta$

Çevre $= 2\pi r = 2\pi R\sin\theta$

Düzgün $\vec{E}$, radyal olarak dışa doğrudur.

$$\Phi = \int E.dA = E.\int dA = E.\int 2\pi r.ds$$

$$\Phi = E.\int_0^{\theta} 2\pi R\sin\theta.(R.d\theta)$$

$$\Phi = 2\pi R^2 E.\int_0^{\theta}\sin\theta\, d\theta = 2\pi R^2 E[-\cos\theta]\Big|_0^{\theta}$$

$$\Phi = -2\pi R^2 E\,[\cos\theta - \underbrace{\cos 0°}_{1}]$$

$$\Phi = 2\pi R^2 E(1-\cos\theta) = 2\pi R^2 \cdot \frac{kQ}{R^2}(1-\cos\theta)$$

$$\Phi = 2\pi kQ(1-\cos\theta)\ ,\ k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\text{'dır.}$$

$$\Phi = 2\pi.\frac{1}{\underset{2}{4\pi}\varepsilon_0}Q(1-\cos\theta)$$

$$\Phi = \frac{Q}{2\varepsilon_0}(1-\cos\theta)\ //$$

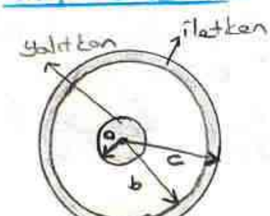
b) $\theta = 90°$ (yarı küre)

$$\Phi = \frac{Q}{2\varepsilon_0}(1-\underbrace{\cos 90°}_{0}) \Rightarrow \Phi = \frac{Q}{2\varepsilon_0}$$

c) $\theta = 180°$ (tam küre)

$$\Phi = \frac{Q}{2\varepsilon_0}(1-\underbrace{\cos 180°}_{-1}) \Rightarrow \Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

24.55 (50) – Merkezden 10 cm uzaktaki bir noktada, elektrik alanının $3,6.10^3$ N/C değerinde radyal olarak içeriye doğru olduğunu, merkezden 50 cm uzaktaki bir noktada ise 2.10^2 N/C değerinde radyal olarak dışarıya doğru olduğunu varsayalım. Bu bilgilere dayanarak,



$a = 5$ cm
$b = 20$ cm
$c = 25$ cm

a) yalıtkan küredeki yükü,

b) içi oyuk iletken küredeki net yükü,

c) içi oyuk iletken kürenin iç ve dış yüzeylerindeki toplam yükü bulunuz.

Cevap: $\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0} \rightarrow E.(4\pi r^2) = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$

a) $a<r<b$ için

10 cm uzaklıktaki elektrik alanı $\rightarrow 3,6.10^3$ N/C
radyal olarak içe doğru $\rightarrow -3,6.10^3$ N/C'dur.

$$E.4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \rightarrow (-3,6.10^3).4\pi.(10.10^{-2})^2 = \frac{Q}{8,85.10^{-12}}$$

$$\rightarrow Q = -4.10^{-9}\ C$$

b) $r>c$ için

50 cm uzaklıktaki elektrik alanı $\rightarrow 2.10^2$ N/C
radyal olarak dışa doğru $\rightarrow +2.10^2$ N/C'dur.

$$E.(4\pi r^2) = \frac{(Q+Q')}{\varepsilon_0} \rightarrow (2.10^2).4\pi.(50.10^{-2})^2 = \frac{(Q+Q')}{8,85.10^{-12}}$$

$$\rightarrow Q' = 9,56.10^{-9}\ C$$

c) $b<r<c$ için

$Q_1 \rightarrow$ oyuk kürenin iç yüzeyindeki yük
$Q_2 \rightarrow$ oyuk kürenin dış yüzeyindeki yük

$b<r<c \rightarrow E = 0$'dır. (İletken içinde $E=0$'dır).

$$Q_1 + Q = 0 \Rightarrow Q_1 = 4.10^{-9}\ C$$

$$Q_1 + Q_2 = Q' \Rightarrow Q_2 = 5,56.10^{-9}\ C$$

24.66 (56) – R yarıçaplı sonsuz uzunluklu yalıtkan bir silindirin hacimce yük yoğunluğu yarıçapa $\rho = \rho_0.(a - \frac{r}{b})$ şeklinde bağlıdır. Burada ρ_0, a ve b pozitif sabitler olup r, silindir ekseninden olan uzaklıktır. Gauss yasasını kullanarak,

a) $r<R$ ve

b) $r>R$

gap doğrultusundaki uzaklıklarda elektrik alan büyüklüğünü bulunuz.

↘

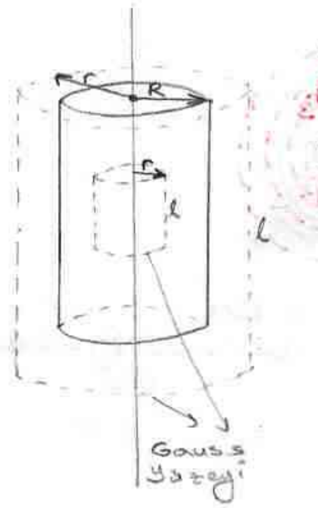
Cevap:

$\rho = \rho_0 \left(a - \frac{r}{b} \right)$

Yük yoğunluğu düzgün değildir.

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \rho \, dV$

$dV = (2\pi r) \cdot l \cdot dr$



a) $\underline{r < R} \Rightarrow \int E \cdot dA = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \rho \cdot dV$

$$E \cdot 2\pi r l = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_0^r \rho_0 \cdot \left(a - \frac{r}{b}\right) \cdot dV$$

$$E \cdot 2\pi r l = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_0^r \rho_0 \left(a - \frac{r}{b}\right) \cdot 2\pi r \, l \cdot dr$$

$$E \cdot \cancel{2\pi} r \cancel{l} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho_0 \cdot \cancel{2\pi} \cdot \cancel{l} \int_0^r \left(a - \frac{r}{b}\right) r \cdot dr$$

$$E = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0 \cdot r} \left\{ \int_0^r a r dr - \int_0^r \frac{r^2}{b} dr \right\}$$

$$E = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0 r} \left\{ a \int_0^r r dr - \frac{1}{b^2} \int_0^r r^2 dr \right\}$$

$$E = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0 r} \left\{ a \cdot \frac{r^2}{2} \Big|_0^r - \frac{1}{b^2} \cdot \frac{r^3}{3} \Big|_0^r \right\}$$

$$E = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0 r} \left\{ \frac{a}{2} (r^2 - 0^2) - \frac{1}{3b^2} (r^3 - 0^3) \right\}$$

$$E = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0 \cdot r} \left\{ \frac{a r^2}{2} - \frac{r^3}{3b^2} \right\} = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0 \cancel{r}} r^{\cancel{2}} \left\{ \frac{a}{2} - \frac{r}{3b} \right\}$$

$$E = \frac{\rho_0 r}{2 \varepsilon_0} \left\{ a - \frac{2r}{3b} \right\} //$$

b) $\underline{r > R} \Rightarrow \int E \cdot dA = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \rho \cdot dV$

$$E \cdot 2\pi r l = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_0^R \rho_0 \left(a - \frac{r}{b}\right) (2\pi r l \, dr)$$

$$E \cancel{2\pi} r \cancel{l} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho_0 \cancel{2\pi l} \int_0^R \left(a - \frac{r}{b}\right) r dr$$

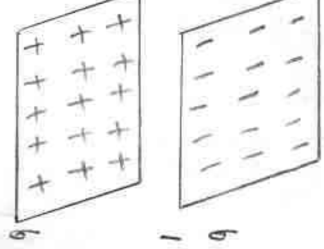
$$E = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0 \cdot r} \left\{ \int_0^R a r dr - \int_0^R \frac{r^2}{b} dr \right\}$$

$$E = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0 \cdot r} \left\{ a \cdot \frac{r^2}{2} \Big|_0^R - \frac{1}{b} \cdot \frac{r^3}{3} \Big|_0^R \right\}$$

$$E = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0 r} \left\{ \frac{a R^2}{2} - \frac{R^3}{3b} \right\}$$

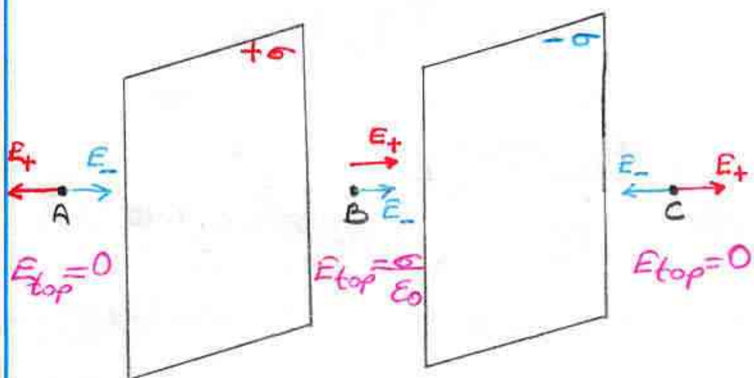
$$E = \frac{\rho_0 R^2}{2 \varepsilon_0 \cdot r} \left\{ a - \frac{2R}{3b} \right\} //$$

24.58(58) - Şekildeki gibi sonsuz yalıtkan iki yük tabakası birbirine paraleldir. Soldaki tabakanın düzgün yük yoğunluğu σ, sağdakinin $-\sigma$'dır. a) Levhaların solunda, b) arasında ve c) sağında bulunan noktalardaki elektrik alan değerini bulunuz.



Cevap:

NOT: σ düzgün yük yoğunluklu yalıtkan, sonsuz bir düzlemin elektrik alanı (tek levha için): $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$'dır.

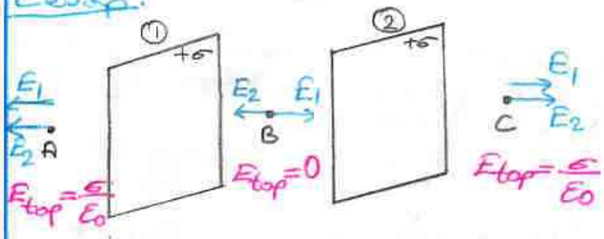


$E_+ = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \rightarrow$ + yüklü levhanın elektrik alanı

$E_- = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \rightarrow$ − yüklü levhanın elektrik alanı

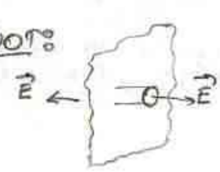
24.59(59) - Problem 58'deki hesaplamaları, her iki tabakada $+\sigma$ yük yoğunluğu olması durumunda tekrarlayınız.

Cevap:



$E_1 \rightarrow$ 1. levhanın elektrik alanı
$E_2 \rightarrow$ 2. levhanın elektrik alanı
$E_1 = E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

NOT:



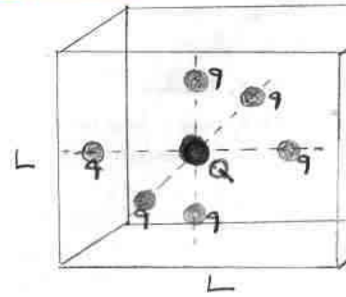
$\Phi = E \cdot A$

$\underbrace{\Phi = 2EA = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}}$

$2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$

$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

24.19(YOK) -



$Q = 5\mu C$'luk bir nokta yük $L = 0{,}1m$ kenarlı bir kübün merkezinde bulunuyor. Şekildeki gibi Q'nun çevresinde simetrik olarak başka altı özdeş nokta $q = -1\mu C$ yükü bulunuyor. Kübün bir yüzünden geçen elektrik akısını bulunuz.

Cevap: Toplam yük $(Q - 6|q|)$ dur. Küpten dışa doğru olan toplam akı,

$$\Phi = \frac{Q_{iç}}{\varepsilon_0} = \frac{(Q - 6|q|)}{\varepsilon_0}$$

Kübün bir yüzünden geçen akı,

$$(\Phi)_{bir\ yüz} = \frac{1}{6} \cdot \frac{(Q - 6|q|)}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi_{bir\ yüz} = \frac{1}{6} \cdot \frac{(5.10^{-6} - 6.1.10^{-6})}{6.\ 8{,}85.10^{-12}}$$

$$\Phi_{bir\ yüz} = -18\,800\ Nm^2/C = -18{,}8\ kNm^2/C$$

24.11(15) - $5\mu C$, $-9\mu C$, $27\mu C$ ve $-84\mu C$'luk yükler bir denizaltının içine yerleştiriliyor.
a) Denizaltıdan geçen net elektrik akısını hesaplayınız.
b) Denizaltıya giren ve çıkan elektrik alan çizgileri sayısını karşılaştırınız.

Cevap:

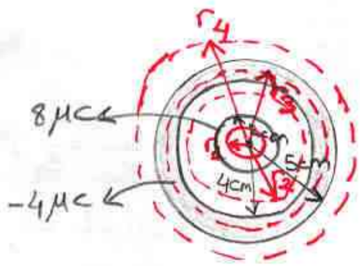
a) $$\Phi_E = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0} = \frac{(5-9+27-84).10^{-6}}{8{,}85.\ 10^{-12}} = -6{,}89.10^{6}\ Nm^2/C$$

b) Net elektrik akısı negatif olduğundan yüzeye giren çizgi sayısı, çıkan çizgi sayısından fazladır.

giren çizgi $(-)$ > çıkan çizgi $(+)$

24.49(45) - 2cm yarıçaplı iletken, dolu bir kürenin $8\mu C$ yükü vardır. Bu küreyle aynı merkezli iletken bir küre tabakasının iç yarıçapı 4cm, dış yarıçapı 5cm ve net yükü $-4\mu C$ dur. Bu yük dağılımının merkezinden,
a) $r_1 = 1cm$, b) $r_2 = 3cm$, c) $r_3 = 4{,}5cm$ ve
d) $r_4 = 7cm$ uzaklıklardaki elektrik alanını bulunuz.

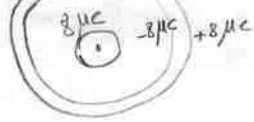
Cevap:



a) $r_1 = 1cm$'de → Dolu küre iletkendir. İletken içinde $E_1 = 0$'dır.

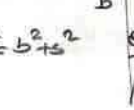
b) $r_2 = 3cm$'de →
$$E_2 = \frac{kQ}{r_2^2} = \frac{9.10^9.\ 8.10^{-6}}{(3.10^{-2})^2} = 8.10^7\ N/C$$

c) $r_3 = 4{,}5cm$'de → $E_3 = 0$'dır.

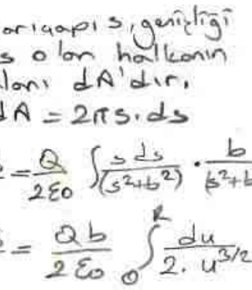


d) $r_4 = 7cm$'de → $$E_4 = \frac{kQ}{r_4^2} = \frac{9.10^9\,(8-4)10^{-6}}{(7.10^{-2})^2} = 0{,}73.10^{7}N/C$$

24.64(YOK) - Bir Q nokta yükü, R yarıçaplı bir diskin eksenı üzerinde disk düzleminden b uzaklığında bulunuyor. Yükten çıkan elektrik akısının dörtte biri diskten geçtiğinde, $R = \sqrt{3}.b$ olduğunu gösteriniz.



Cevap:



$r^2 = b^2 + s^2$

$$\Phi_{disk} = \int \vec{E}.d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{kQ}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{(s^2+b^2)}$$

$$\cos\theta = \frac{b}{r} = \frac{b}{(s^2+b^2)^{1/2}}$$

$$\Phi_{E,disk} = \int \vec{E}.d\vec{A} = \int E.\,dA.\cos\theta$$

$$\Phi_{E,disk} = \int \frac{1}{\underset{2}{\cancel{4}}\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{(s^2+b^2)}\cdot 2\pi s\,ds\,\cos\theta$$

Yarıçapı s, genişliği ds olan halkanın alanı dA'dır.
$dA = 2\pi s.ds$

$$\Phi = \frac{Q}{2\varepsilon_0}\int\frac{s\,ds}{(s^2+b^2)}\cdot\frac{b}{(s^2+b^2)^{1/2}} = \frac{Qb}{2\varepsilon_0}\int_0^R\frac{s\,ds}{(s^2+b^2)^{3/2}}$$

$$\begin{cases} s^2+b^2 = u \\ 2s\,ds = du \\ s\,ds = \frac{du}{2}\end{cases}$$

$$\Phi = \frac{Qb}{2\varepsilon_0}\int_0^R\frac{du}{2.\ u^{3/2}} = \frac{Qb}{4\varepsilon_0}\int_0^R u^{-3/2}du = \frac{Qb}{4\varepsilon_0}\cdot\frac{u^{-1/2}}{(-1/2)}\Big|_0^R$$

$$\Phi = -\frac{Qb}{2\varepsilon_0}\frac{1}{u^{1/2}}\Big|_0^R = -\frac{Qb}{2\varepsilon_0}\frac{1}{(s^2+b^2)^{1/2}}\Big|_0^R = -\frac{Qb}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(R^2+b^2)^{1/2}} - \frac{1}{b}\right]$$

$$\Phi = \frac{Q}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{b}{(R^2+b^2)^{1/2}}\right] \rightarrow \frac{Q}{4\varepsilon_0}\text{'a eşitleriz.}$$

$$\frac{\cancel{Q}}{2\cancel{\varepsilon_0}}\left[1 - \frac{b}{(R^2+b^2)^{1/2}}\right] = \frac{\cancel{Q}}{4\cancel{\varepsilon_0}} \rightarrow 1 - \frac{b}{(R^2+b^2)^{1/2}} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} = \frac{b}{(R^2+b^2)^{1/2}} \Rightarrow 4b^2 = R^2 + b^2 \rightarrow R^2 = 3b^2$$

$$R = \sqrt{3}\,b$$

25.4(4) – Sükûnetten harekete başlayarak bir elektronu ışık hızının %40'ına kadar hızlandırmak için, ne kadarlık bir potansiyel farkına ihtiyaç vardır? ($c = 3.10^8$ m/s)

Cevap: Işık hızının %40'ı,

$$v = \frac{40}{100}.(3.10^8) = 1,2.10^8 \text{ m/s}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = q.\Delta V$$

$$\frac{1}{2}.(9,11.10^{-31}).(1,2.10^8)^2 = 1,6.10^{-19}.\Delta V$$

$$\rightarrow \Delta V = 4,09.10^4 \text{ V}$$

25.8(14) – $5,9.10^3$ V/m şiddetindeki düzgün bir elektrik alan içinde bir elektron, durgun halden serbest bırakılıyor.
a) 1cm'lik hareketinden sonra ne kadarlık potansiyel farkına ulaşır?
b) Elektron 1cm'lik hareketin sonunda ne kadarlık hıza ulaşır?

Cevap: a) Düzgün elektrik alanda potansiyel farkı: $V = E.d = (5,9.10^3).(1.10^{-2}) = 59$ V

b) $\Delta K + \Delta U = 0$ (Enj. Korunumu)

Potansiyel En. $\rightarrow \Delta U = U_B - U_A$

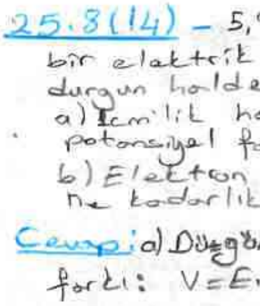
Potansiyel Farkı $\rightarrow V_B - V_A = \Delta V = \underbrace{\frac{U_B - U_A}{q}}_{\Delta U = q.\Delta V}$

$$\frac{1}{2} m v^2 = q.\Delta V$$

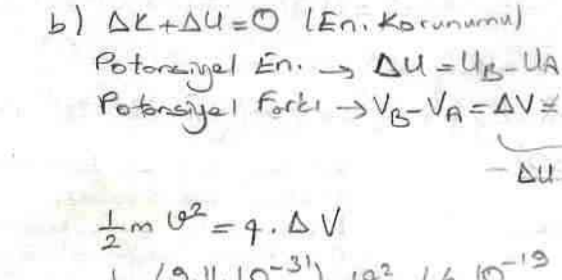
$$\frac{1}{2}(9,11.10^{-31}).v^2 = 1,6.10^{-19}.59$$

$$v = 4,5.10^6 \text{ m/s}$$

25.10(18) – Şekilde düzgün elektrik alan negatif y ekseni doğrultusunda ve 325 V/m şiddetindedir. A noktasının koordinatları $(-0,2; -0,3)$m ve B noktasının koordinatları $(0,4; 0,5)$m dir. ACB yolunu kullanarak $V_B - V_A$ potansiyel farkını bulunuz.



Cevap: (1 N/m = 1 V/m)



Potansiyel enerjideki değişim: $\Delta U = -q_0 \int_A^B \vec{E}.d\vec{s}$

Potansiyel Farkı: $\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_A^B \vec{E}.d\vec{s}$

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}.d\vec{s} = -\int_A^C \vec{E}.d\vec{s} - \int_C^B \vec{E}.d\vec{s}$$

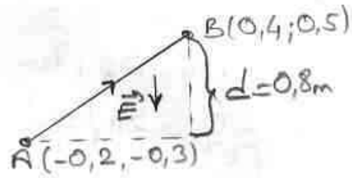
$$= -(E.\underbrace{\cos 180°}_{-1})\int_{-0,3}^{0,5} dy - (E.\underbrace{\cos 90°}_{0})\int_{-0,2}^{0,4} dx$$

$$= E\, y\Big|_{-0,3}^{0,5} = E.[0,5-(-0,3)] = 0,8.E$$

$$= 0,8.325$$

$$= 260 \text{ V}$$

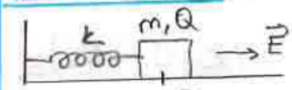
* AB yolu boyunca elektriksel potansiyeldeki değişimi bulunuz.



Düzgün elektrik alan içinde iki nokta arasındaki potansiyel farkı:
$\Delta V = -E.d$
d: E'e paralel doğrultudaki yerdeğiştirme

$\Delta V = E.d = 325.0,8 = 260$V

25.11(YOK) – Yay sabiti $k = 100$N/m olan bir yaya bağlı 4 kg'lık bir blok üzerinde $Q = 50\mu C$ yük bulunmaktadır. Blok sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde olup, sistem şekildeki yönde $E = 5.10^5$ V/m'lik düzgün elektrik alan içinde bulunmaktadır. Blok yayın gerilmemiş durumunda ($x=0$'da) durgun halden serbest bırakılırsa,



a) Yay en fazla ne kadar uzar?
b) Yayın yeni denge durumu nedir?
c) Bloğun basit harmonik hareket yaptığını gösteriniz ve periyodunu bulunuz.
d) Blok ve yüzey arasındaki kayma sürtünme katsayısı 0,2 ise "a" şıkkını tekrarlayınız.

Cevap:
a) $x=0$'da $V=0$ olsun. Öteki noktalarda $V = -E.x \Rightarrow U_e = Q.V = -Q.E.x$ olur. Hareketin uç noktaları arasında,

$$E_i = E_s \rightarrow (K+U_y+U_e)_i = (K+U_y+U_e)_s$$

$$\rightarrow 0+0+0 = 0 + \frac{1}{2} k x_{max}^2 - QE x_{max}$$

$$\rightarrow x_{max} = \frac{2QE}{k} = 0,5 \text{m}$$

b) Dengede iken $\Sigma F_x = 0 \rightarrow -F_y + F_e = 0$

$$\rightarrow kx = QE \rightarrow x = \frac{QE}{k} = 0,25 \text{ m}$$

c) $\Sigma F_x = \underbrace{-kx + QE = m.a_x}$

$$-kx + QE = m\frac{d^2x}{dt^2} \quad \text{Hareket Denklemi}$$

$x' = x - \frac{QE}{k}$ olsun. $\rightarrow x = x' + \frac{QE}{k}$

Hareket denkleminde yerine yazarız.

$$-kx + QE = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$-k\left(x' + \frac{QE}{k}\right) + QE = m\frac{d^2}{dt^2}\left[x' + \frac{QE}{k}\right]$$

$$-kx' - QE + QE = m\cdot\frac{d^2x'}{dt^2} \rightarrow -kx' = m\frac{d^2x'}{dt^2}$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{d^2x'}{dt^2} = -\left(\frac{k}{m}\right)x'} \quad (a_{x'} = -\omega^2 x') \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

B.H.H. Denklemi

Periyot $\rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$$T = 2\cdot 3\cdot\sqrt{\frac{4}{100}} = 1{,}2\ s$$

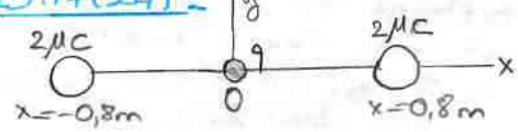
d) $\mu_k = 0{,}2$ ise

$$(K + U_g + U_e)_i + \Delta E = (K + U_g + U_e)_s$$

$$0 + 0 + 0 - \mu_k mg\, x_{max} = 0 + \frac{1}{2}k x_{max}^2 - QE x_{max}$$

$$x_{max} = \frac{2(QE - \mu_k mg)}{k} = 0{,}343\ m$$

25.17(24) -



Şekildeki gibi, 2μC'luk yük ve orjinde $q = 1{,}28\cdot 10^{-18}$ C'luk pozitif bir deneme yükü veriliyor.

a) İki tane 2μC'luk yükün q yükü üzerine uyguladığı net kuvvet nedir?

b) İki tane 2μC'luk yükün orjinde oluşturduğu V potansiyeli nedir?

Cevap:

a) Yüklerin eşit ve simetrik yerleşmesinden dolayı, F=0'dır.

$$F = q\cdot E = 0 \Rightarrow E = 0$$

b) $V = 2\frac{kq}{r} = 2\cdot 9\cdot 10^9\cdot\frac{2\cdot 10^{-6}}{0{,}8} = 4{,}5\cdot 10^4\ V$

F → vektörel nicelik

V → skaler nicelik

25.37(43) - Uzayın belirli bir bölgesi üzerinde elektriksel potansiyel

$$V = 5x - 3x^2y + 2yz^2$$

olarak veriliyor. Bu bölgede, elektrik alanın x, y ve z bileşenlerine ait ifadeleri bulunuz. Koordinatları metre cinsinden (1, 0, −2) olarak verilen P noktasındaki elektrik alanın büyüklüğü ne kadardır?

Cevap:

NOT: $\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\right)$

$$V = 5x - 3x^2y + 2yz^2$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -(5 - 6xy) = -5 + 6xy$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -(-3x^2 + 2z^2) = 3x^2 - 2z^2$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -(4yz) = -4yz$$

$P(\underset{x}{1}, \underset{y}{0}, \underset{z}{-2})$ noktasında $\rightarrow E_x = -5 + 6\cdot 1\cdot 0 = -5$

$E_y = 3\cdot 1^2 - 2(-2)^2 = 3 - 8 = -5$

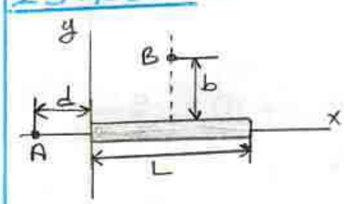
$E_z = -4\cdot 0\cdot(-2) = 0$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} = \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2 + 0^2} = \sqrt{50}\ N/C = 7{,}08\ N/C$$

*Elektrik alan vektörü nedir?

$$\vec{E} = E_x\hat{i} + E_y\hat{j} + E_z\hat{k} = (-5 + 6xy)\hat{i} + (3x^2 - 2z^2)\hat{j} + (-4yz)\hat{k}$$

25.43(39) -

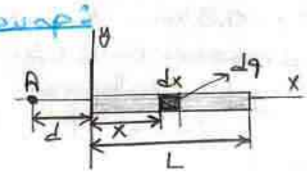


Sol ucu orjinde bulunan x-ekseni boyunca uzanmış L uzunluklu bir çubuğun üzerinde düzgün olmayan $\lambda = \alpha x$ yük yoğunluğu bulunmaktadır. α pozitif bir sabittir.

a) α sabitinin birimi nedir?

b) Çubuğun sol ucundan d uzaklıktaki bir A noktasında elektriksel potansiyel nedir?

Cevap:



$\lambda = \frac{q}{x} \rightarrow q = \lambda\cdot x \rightarrow dq = \lambda\cdot dx$

a) $\lambda = \alpha\cdot x \rightarrow \alpha = \frac{\lambda}{x} = \frac{\frac{q}{L}}{x} = \frac{\left[\frac{C}{m}\right]}{[m]} = \left[\frac{C}{m^2}\right]$ //

b) Sürekli yük dağılımının oluşturduğu elektriksel potansiyel: $r = d + x$

$$V = k\int\frac{dq}{r} = k\int\frac{\lambda\cdot dx}{(d+x)} = k\int_0^L\frac{\alpha\cdot x\cdot dx}{(d+x)} = k\alpha\int_0^L\frac{x\,dx}{(d+x)}$$

$$\int\frac{x\,dx}{ax+b} = \frac{x}{a} - \frac{b}{a^2}\ln(ax+b)$$

(a=1, b=d)

$$V = k\alpha\left\{\frac{x}{1} - \frac{d}{1^2}\ln(x+d)\right\}\Big|_0^L = k\alpha\{x - d\ln(x+d)\}\Big|_0^L$$

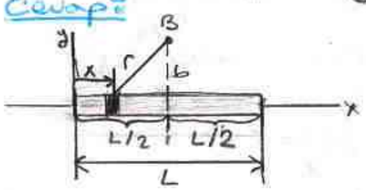
$$V = k\alpha\{[L - d\ln(L+d)] - [0 - d\ln(0+d)]\}$$

$$V = k\alpha[L - d\ln(L+d) + d\ln d]$$

$$V = k\alpha\{L - d[\ln(L+d) - \ln d]\} = k\alpha\left\{L - d\cdot\ln\left(\frac{L+d}{d}\right)\right\}$$ //

25.44(40) – Problem 43'de belirtilen durumda, x-ekseni üzerinde bulunan çubuğun tam ortasından çıkılan dikme üzerinde, b uzaklıktaki B noktasında elektriksel potansiyeli bulunuz.

Cevap:



$r^2 = b^2 + \left(\frac{L}{2} - x\right)^2$

$r = \sqrt{b^2 + \left(\frac{L}{2} - x\right)^2}$

$\lambda = \alpha_0 x$, $\lambda = \frac{q}{x} \to q = \lambda x$
$\to dq = \lambda dx$
$\to dq = \alpha x dx$

$$V = k\int \frac{dq}{r} = k\int \frac{\alpha x\, dx}{\left[b^2 + \left(\frac{L}{2} - x\right)^2\right]^{1/2}}$$

$$\frac{L}{2} - x = u \to x = \frac{L}{2} - u \to dx = -du$$

$$V = k\alpha \int \frac{(L/2 - u).(-du)}{\sqrt{b^2+u^2}} = -k\alpha\left[\frac{L}{2}\int\frac{du}{\sqrt{b^2+u^2}} - \int\frac{u\,du}{\sqrt{b^2+u^2}}\right]$$

$$V = -\frac{k\alpha L}{2}\int\frac{du}{\sqrt{b^2+u^2}} + k\alpha\int\frac{u\,du}{\sqrt{b^2+u^2}}$$

$$\int\frac{dx}{(x^2+b^2)^{1/2}} = \ln\left[x + \sqrt{x^2+b^2}\right], \quad \int\frac{x\,dx}{(x^2+b^2)^{1/2}} = \sqrt{x^2+b^2}$$

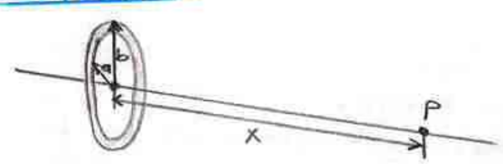
$$V = -\frac{k\alpha L}{2}\ln\left[u + \sqrt{u^2+b^2}\right]\Big|_0^L + k\alpha\sqrt{u^2+b^2}\Big|_0^L$$

$u = \frac{L}{2} - x$ yazılır. Düzenlenirse,

$$V = \frac{k\alpha L}{2}\ln\left[\frac{L/2 - L + \sqrt{(L/2)^2+b^2}}{L/2 + \sqrt{(L/2)^2+b^2}}\right] + k\alpha\left[\sqrt{(\underbrace{L/2 - L}_{-L/2})^2 + b^2} - \sqrt{(L/2)^2+b^2}\right] \to 0$$

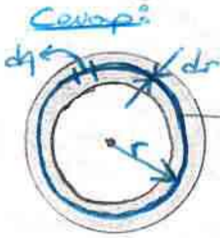
$$V = \frac{k\alpha L}{2}\ln\left[\frac{\sqrt{b^2 + (L^2/4)} - L/2}{\sqrt{b^2+(L^2/4)} + L/2}\right] //$$

25.45(41) –



Şekildeki halka şeklindeki bir dairesel levhanın iç yarıçapı a, dış yarıçapı b'dir ve üzerinde düzgün dağılmış σ yük yoğunluğu bulunmaktadır. Bu levhanın ekseni üzerindeki bir P noktasında elektriksel potansiyeli hesaplayınız.

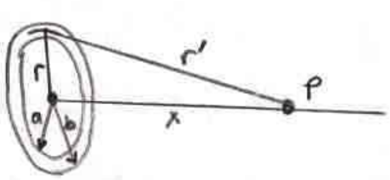
Cevap:



$\sigma = \frac{q}{A} \to q = \sigma . A \to dq = \sigma . dA$

$\to dA = 2\pi r . dr$

$\to dq = \sigma . 2\pi r dr$



$r' = \sqrt{r^2 + x^2}$

↗

$$V = k\int\frac{dq}{r'}$$

$$V = k\int_a^b \frac{\sigma . 2\pi r . dr}{(r^2+x^2)^{1/2}} = \pi\sigma k\int_a^b\frac{2r\,dr}{(r^2+x^2)^{1/2}}$$

$$\begin{cases} r^2 + x^2 = u \to 2r\,dr = du \\ \int\frac{du}{u^{1/2}} = \int u^{-1/2}du = \frac{u^{1/2}}{1/2} = 2u^{1/2} \end{cases}$$

$$V = \pi\sigma k\,(2.u^{1/2})\Big|_a^b = 2\pi\sigma k\sqrt{r^2+x^2}\Big|_a^b$$

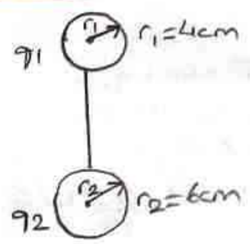
$$V = 2\pi\sigma k\left[\sqrt{b^2+x^2} - \sqrt{a^2+x^2}\right]$$

25.48(55) – Uzun bir iletken telle iki küresel iletken birbirine bağlanmıştır. Bu iki küre bileşimi üzerindeki toplam yük $+20\mu C$'dur.

a) Birinin yarıçapı 4cm, diğerinin yarıçapı 6cm ise, her bir kürenin yüzeyi yakınındaki elektrik alan ne kadardır?

b) Her bir kürenin elektriksel potansiyeli nedir?

Cevap:



Denge durumunda her ikisinde aynı potansiyelde olmalıdır.

$$V_1 = V_2 = V$$

$$\underbrace{V = k\frac{q_1}{r_1} = k\frac{q_2}{r_2}}$$

$$\boxed{\frac{q_1}{r_1} = \frac{q_2}{r_2}} \; *$$

$q_1 + q_2 = 20\mu C \to q_1 = 20 - q_2$ *'da yazarız.

$$\frac{20 - q_2}{\cancel{4}\,2} = \frac{q_2}{\cancel{6}\,3} \to 3(20 - q_2) = 2q_2 \to \boxed{q_2 = 12\mu C}$$

$$q_1 = 20 - q_2 \to \boxed{q_1 = 8\mu C}$$

a) $$E_1 = k\frac{q_1}{r_1^2} = \frac{(9.10^9).8.10^{-6}}{(4.10^{-2})^2} = 4{,}5.10^7 V/m$$

$$E_2 = k\frac{q_2}{r_2^2} = \frac{(9.10^9).(12.10^{-6})}{(6.10^{-2})^2} = 3.10^7 V/m$$

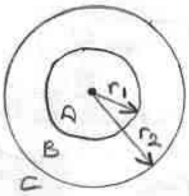
b) $V_1 = V_2$

$$V_1 = \frac{kq_1}{r_1} = \frac{(9.10^9).(8.10^{-6})}{(4.10^{-2})} = 1{,}8.10^6 V$$

ya da

$$V_2 = \frac{kq_2}{r_2} = \frac{(9.10^9).(12.10^{-6})}{(6.10^{-2})} = 1{,}8.10^6 V$$

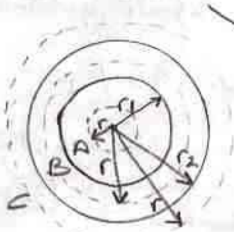
25.65(76) — Şekildeki gibi, iki ince iletken kabuğun içteki kabuğun yarıçapı $r_1 = 15cm$ ve üzerindeki yük $+10nC$'dur. Dıştaki kabuğun yarıçapı $r_2 = 30cm$ ve yükü $-15nC$ dur. Aşağıdaki bölgelerde,
a) $\vec{E}$ elektrik alanı,
b) V elektriksel potansiyeli bulunuz. $r=\infty$'da $V \equiv 0$'dır.



A Bölgesi: $r < r_1$
B Bölgesi: $r_1 < r < r_2$
C Bölgesi: $r > r_2$

Cevap: $q_1 = 10nC = 10.10^{-9}C$
$q_2 = -15nC = -15.10^{-9}C$

a)



İçeride yük olmadığı için Gauss Yasasından $E_A = 0$'dır.

NOT: $\int \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$

$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$

$\int \vec{E}.d\vec{A} = 4\pi k q_{iç}$

$\rightarrow E.4\pi r^2 = 4\pi k q_{iç}$

$\rightarrow E = k\frac{q_{iç}}{r^2}$

$E_B = \frac{kq_1}{r^2} = \frac{9.10^9 . 10.10^{-9}}{r^2} = \frac{90}{r^2}$ N/C

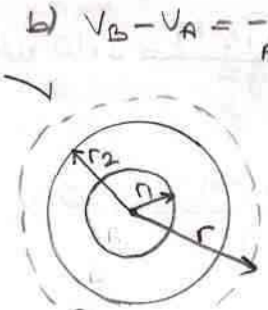
$\vec{E}_B = \frac{90}{r^2}\hat{r}$ N/C

$E_c = \frac{k(q_1+q_2)}{r^2} = \frac{9.10^9(10.10^{-9} - 15.10^{-9})}{r^2}$

$E_c = -\frac{45}{r^2}$ N/C

$\vec{E}_c = -\frac{45}{r^2}\hat{r}$ N/C

b) $V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}.d\vec{s}$



$\underbrace{V_\infty}_{0} - V_c = -\int_r^\infty E_c . dr$

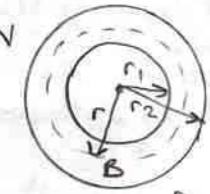
$-V_c = -\int_r^\infty E_c . dr$

$V_c = \int_r^\infty E_c . dr$

$V_c = \int_r^\infty \left(-\frac{45}{r^2}\right).dr = -45\int_r^\infty \frac{dr}{r^2} = -45\left(-\frac{1}{r}\right)\Big|_r^\infty$

$V_c = 45\frac{1}{r}\Big|_r^\infty = 45\left(\underbrace{\frac{1}{\infty}}_{0} - \frac{1}{r}\right) = -\frac{45}{r}$

$r_2 = 30cm = 0,3m$'de $\rightarrow V = -\frac{45}{0,3} = -150V$



$V_c - V_B = -\int_B^C \vec{E}.d\vec{s}$

$V_B = V_c + \int_B^C \vec{E}.d\vec{s}$

$V_B = -150 + \int_r^{r_2} E_B . dr$

$V_B = -150 + \int_r^{r_2} \frac{90}{r^2}dr = -150 + 90\int_r^{r_2}\frac{dr}{r^2}$

$V_B = -150 + 90.\left(-\frac{1}{r}\right)\Big|_r^{r_2} = -150 - 90.\frac{1}{r}\Big|_r^{r_2}$

$V_B = -150 - 90.\left(\underbrace{\frac{1}{r_2}}_{0,3m} - \frac{1}{r}\right) = -150 - 300 + \frac{90}{r}$

$V_B = -450 + \frac{90}{r}$ V

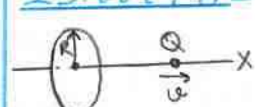
$r_1 = 15cm = 0,15m$'de $\rightarrow V = -450 + \frac{90}{0,15} = 150V$

$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}.d\vec{s}$

$V_A = V_B + \int_A^B \vec{E}.d\vec{s}$

$V_A = 150 + \int_r^{r_1} \underbrace{E_A}_{0}.dr = 150V$

25.66(77) — x-ekseni, Q yükünde ve R yarıçaplı düzgün yüklenmiş bir halkanın simetri eksenindedir. Halka merkezine m kütleli bir Q noktasal yükü yerleştiriliyor. Noktasal yük x-ekseni hafifçe yerdeğiştirdiğinde hızlanarak sonsuz uzaklığa gitmesi halinde, noktasal yükün en son süratinin



$$v = \left(\frac{2kQ^2}{mR}\right)^{1/2}$$

olduğunu gösteriniz.

Cevap: Noktasal yük üzerine etkiyen kuvvet $F = Q.E$ ve parçacık üzerine yapılan iş,

$W = \int_{x=0}^{\infty} F(x).dx$ İş-en. teoreminden $W = \Delta K$'dir.

$W = \int_{x=0}^{\infty} F(x).dx = \frac{1}{2}mv^2 \Longrightarrow$

Düzgün olarak yüklenmiş bir halkanın elektrik alanının x-bileşeni (y-bileşeni yok):

$E_x = \frac{kQx}{(x^2+a^2)^{3/2}} \rightarrow F = Q.E_x = \frac{Q^2kx}{(x^2+a^2)^{3/2}}$

$\Longrightarrow \int_{x=0}^{\infty}\frac{kQ^2x\,dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \frac{kQ^2}{2}\int_0^\infty\frac{2x\,dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{1}{2}mv^2$

$x^2 + a^2 = u \rightarrow 2x\,dx = du$

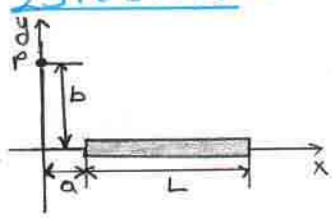
$\rightarrow \frac{kQ^2}{\cancel{2}}\int_0^\infty\frac{du}{u^{3/2}} = \frac{1}{\cancel{2}}mv^2 \rightarrow kQ^2\frac{u^{-1/2}}{-1/2}\Big|_0^\infty = mv^2$

$\rightarrow -2kQ^2\frac{1}{u^{1/2}}\Big|_0^\infty = mv^2 \rightarrow -2kQ^2\left[\underbrace{\frac{1}{\infty}}_{0} - \frac{1}{a}\right] = mv^2$

$\rightarrow \frac{2kQ^2}{a} = mv^2 \rightarrow v^2 = \frac{2kQ^2}{ma}$, $a \equiv R$

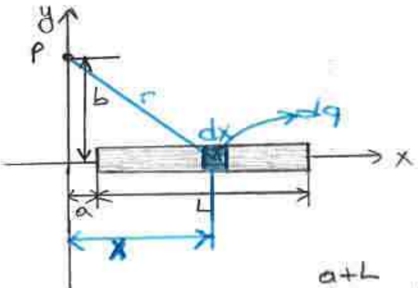
$\rightarrow v = \left(\frac{2kQ^2}{mR}\right)^{1/2}$

25.68(78) -



Şekildeki düzgün yüklü çubuğun uzunluğu L ve çizgisel yük yoğunluğu λ'dır. Pozitif y-ekseni b uzaklıktaki P nok. da elektriksel potansiyel için bir ifade bulunuz.

Cevap:



$r=\sqrt{x^2+b^2}$

$\lambda=\frac{q}{x} \rightarrow q=\lambda x$

$\rightarrow dq=\lambda \cdot dx$

$$V=k\int\frac{dq}{r}=k\int_a^{a+L}\frac{\lambda\cdot dx}{\sqrt{x^2+b^2}}=k\lambda\int_a^{a+L}\frac{dx}{(x^2+b^2)^{1/2}}$$

$$\int\frac{dx}{(x^2+b^2)^{1/2}}=\ln\left[x+\sqrt{x^2+b^2}\right]$$

$$V=k\lambda\cdot\ln\left[x+\sqrt{x^2+b^2}\right]\Big|_a^{a+L}$$

$$V=k\lambda\left\{\ln\left[(a+L)+\sqrt{(a+L)^2+b^2}\right]-\ln\left[a+\sqrt{a^2+b^2}\right]\right\}$$

$$V=k\lambda\ln\left[\frac{(a+L)+\sqrt{(a+L)^2+b^2}}{a+\sqrt{a^2+b^2}}\right]$$

26.3 (7) – 10cm (12cm) yarıçapında yalıtılmış, yüklü iletken bir kürenin merkezinden 21cm uzaklıkta oluşturduğu elektrik alan $4{,}9.10^4$ N/C'dur. Bu kürenin,
a) Birim yüzeydeki yük yoğunluğu nedir?
b) Sığası ne kadardır?

Cevap: $E=\frac{kq}{r^2}$

$$\rightarrow q=\frac{Er^2}{k}=\frac{(4{,}9.10^4).(10.10^{-2})^2}{(9.10^9)}=0{,}54\mu C$$

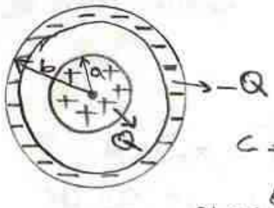
$$a)\ \sigma=\frac{q}{A}=\frac{q}{4\pi r^2}=\frac{0{,}54.10^{-6}}{4(3{,}14).(10.10^{-2})^2}=4{,}3.10^{-6}\ C/m^2$$
$$=4{,}3\mu C/m^2$$

$$b)\ C=\frac{q}{V}=\frac{\cancel{q}}{\frac{k\cancel{q}}{r}}=\frac{r}{k}=\frac{r}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}=4\pi\varepsilon_0 r$$

$$C=4\pi\varepsilon_0 r=4.(3{,}14).(8{,}85.10^{-12}).(10.10^{-2})$$
$$C=11{,}1.10^{-12}F=11{,}1\ pF$$

26.11 (21) – 50cm uzunluğundaki koaksiyel kablonun içindeki iletkenin çapı 2,58mm ve üzerindeki yük 8,1μC'dur. Bunu saran iletkenin iç çapı 7,27mm ve üzerindeki yük $-8{,}1\mu$C'dur.
a) Bu kablonun sığası ne kadardır?
b) İki iletken arasındaki potansiyel farkı ne kadardır? İletkenler arasındaki bölgede hava bulunduğunu kabul ediniz.

Cevap: (silindirik kondansatör)



$a=2{,}58\ mm=2{,}58.10^{-3}m$
$b=7{,}27mm=7{,}27.10^{-3}m$
$l=50cm=50.10^{-2}m$

$$C=\frac{Q}{V}=\frac{Q}{\frac{2kQ}{l}\ln\left(\frac{b}{a}\right)}=\frac{l}{2k\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$
$$V=2k\lambda\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

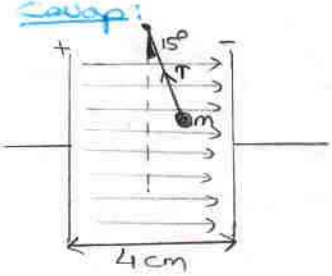
$$a)\ C=\frac{l}{2k\ln\left(\frac{b}{a}\right)}=\frac{50.10^{-2}}{2.9.10^9.\ln\left(\frac{7{,}27}{2{,}58}\right)}=2{,}68.10^{-9}F=2{,}68nF$$

b) 1.yol $V=2k\lambda\ln\left(\frac{b}{a}\right)=2k\frac{Q}{l}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$
$$V=2.(9.10^9).\frac{8{,}1.10^{-6}}{50.10^{-2}}\ln\left(\frac{7{,}27}{2{,}58}\right)$$
$$V=3{,}02\ kV$$

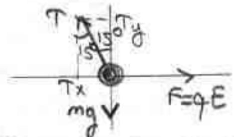
2.yol $V=\frac{Q}{C}=\frac{8{,}1.10^{-6}}{2{,}68.10^{-9}}=3{,}02\ kV$

26.13 (14) – 350mg kütleli küçük bir cisim 30nC'luk bir yük taşıyor ve paralel plakalı kondansatörün düşey plakaları arasına bir iplikle bağlanarak sarkıtılıyor. Plakalar arasındaki uzaklık 4cm'dir. İplik, düşeyle 15°'lik bir açı yaparsa, levhalar arasındaki potansiyel farkı ne olur?
$\sin 15°=0{,}26$
$\cos 15°=0{,}96$

Cevap:



$m=350mg=350.10^{-6}kg$
$q=30nC=30.10^{-9}C$
$d=4cm=4.10^{-2}m$



$T_x=T.\sin\theta,\ T_y=T.\cos\theta$

$\Sigma F=0$

$\Sigma F_x=0\rightarrow -T_x+F_e=0\rightarrow -T.\sin\theta+Eq=0$
$$\rightarrow E=\frac{T\sin\theta}{q}$$

$\Sigma F_y=0\rightarrow T_y-mg=0\rightarrow T.\cos\theta-mg=0$
$$\rightarrow T=\frac{mg}{\cos\theta}$$

$$E=\frac{T\sin\theta}{q}=\frac{mg}{\cos\theta}.\frac{\sin\theta}{q}=\frac{350.10^{-6}.10.0{,}26}{0{,}96.30.10^{-9}}$$

$E=31{,}6.10^3$

$\Delta V=E.d=31{,}6.10^3.4.10^{-2}=1264V$

26.19( ) – İki kondansatör paralel bağlandığı zaman eşdeğer sığaları 9pF, seri bağlandığı zaman eşdeğer sığa 2pF oluyor. Her bir kondansatörün sığası nedir?

Cevap: $C_p=9pF=9.10^{-12}F$
$C_s=2pF=2.10^{-12}F$

$C_p=C_1+C_2\rightarrow C_1+C_2=9.10^{-12}\rightarrow C_2=9.10^{-12}-C_1$

$$\frac{1}{C_s}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\rightarrow\frac{1}{2.10^{-12}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$$

$$\rightarrow\frac{1}{C_1}+\frac{1}{9.10^{-12}-C_1}=\frac{1}{2.10^{-12}}$$

$$\rightarrow\frac{9.10^{-12}-C_1+C_1}{C_1(9.10^{-12}-C_1)}\times\frac{1}{2.10^{-12}}$$

$\rightarrow C_1(9.10^{-12}-C_1)=18.10^{-24}$

$\rightarrow -C_1^2+9.10^{-12}.C_1-18.10^{-24}=0$

$\rightarrow C_1^2-9.10^{-12}.C_1+18.10^{-24}=0$

$x_{1,2}=\frac{-b\mp\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$'dan,

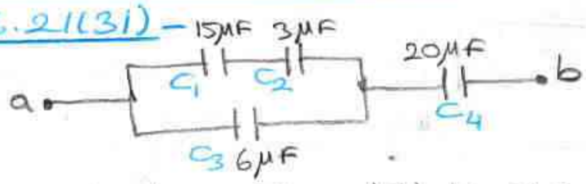
$$\rightarrow (C_1)_{1,2}=\frac{9.10^{-12}\mp\sqrt{81.10^{-24}-4.1.18.10^{-24}}}{2}$$

$$\rightarrow (C_1)_{1,2}=\frac{9.10^{-12}\mp\sqrt{9.10^{-24}}}{2}=\frac{9.10^{-12}\mp3.10^{-12}}{2}$$

$(C_1)_{1,2}$: $+\rightarrow\frac{12.10^{-12}}{2}=6.10^{-12}$; $-\rightarrow\frac{6.10^{-12}}{2}=3.10^{-12}$

$C_1=6.10^{-12}F\Rightarrow C_2=9.10^{-12}-C_1=3.10^{-12}F$
$C_2=3.10^{-12}F\Rightarrow C_2=9.10^{-12}-C_1=6.10^{-12}F$

26.21(31) –



Dört kondansatör şekildeki gibi bağlanmıştır.
a) a ve b noktaları arasındaki eşdeğer sığa nedir?
b) $V_{ab} = 15\,V$ ise, her bir kondansatör üzerindeki yükü bulunuz.

Cevap:

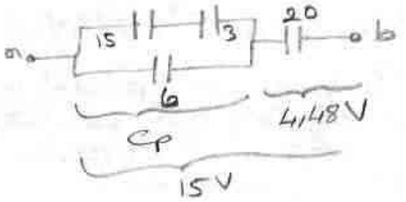
a) Seri → $\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \rightarrow C_s = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = 2{,}5\mu F$

Paralel → $C_p = C_s + C_3 = 2{,}5 + 6 = 8{,}5\mu F$

Seri → $\frac{1}{C_{eş}} = \frac{1}{C_p} + \frac{1}{C_4} \rightarrow C_{eş} = 5{,}96\mu F$

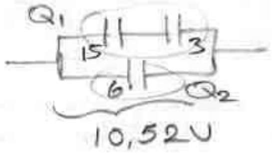
b) $C = Q/V$

$Q = V \cdot C_{eş} = 15 \cdot 5{,}96 = 89{,}5\mu C$



20μF'lik kondansatör üzerindeki pot. farkı:
$V = \frac{Q}{C} = \frac{89{,}5}{20}$
$V = 4{,}48V$

√ Seri bağlamada $V = V_1 + V_2$'dir,
C_p üzerindeki pot. farkı: $15 - 4{,}48 = 10{,}52V$



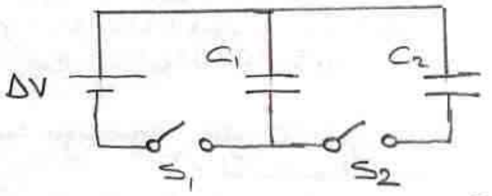
Paralel bağlamada, uçlar arasındaki potansiyel farkı aynıdır.

6μF'lik kon. üzerindeki yük:
$Q_2 = V \cdot C = 10{,}52 \cdot (6\mu F) = 63{,}1\mu C$

√ Paralel bağlamada $Q = Q_1 + Q_2$'dir.
15 ve 3μF'lik kon. üzerindeki yük:
$89{,}5 - 63{,}1 = 26{,}4\mu C$

√ Seri bağlamada iki kon. üzerindeki yük aynıdır, 15 ve 3μF'lik kon. üzerindeki yük 26,4μC'dur.

26.23(33) –



Şekildeki devrede $C_1 = 6\mu F$, $C_2 = 3\mu F$ ve $\Delta U = 20\,U$'dur. S_1 anahtarı kapatılarak ilk olarak C_1 kondansatörü yükleniyor, sonra S_1 anahtarı açılır ve yüklenmiş kondansatör, S_2 anahtarı kapatılarak yüksüz kondansatöre bağlanıyor. C_1 kondansatörünün başlangıçta kazandığı yükü ve kondansatörlerin her birindeki son yükü hesaplayınız.

Cevap: $C = Q/V$

$C = \frac{Q}{\Delta V} \rightarrow Q = C_1 \cdot \Delta V = 6 \cdot 10^{-6} \cdot 20 = 120\mu C$

* Paralel bağlamada $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$ dir. $Q = Q_1 + Q_2$

√ $Q_1 + Q_2 = Q = 120\mu C \rightarrow Q_1 = 120\mu C - Q_2$

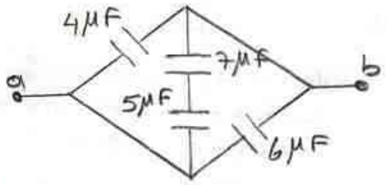
√ $\Delta V_1 = \Delta V_2 \rightarrow \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \rightarrow \frac{120 - Q_2}{6} = \frac{Q_2}{3}$

$\rightarrow Q_2 = 40\mu C$

$\rightarrow Q_1 = 120 - Q_2 = 80\mu C$

26.30(41) –

Şekildeki kondansatör sisteminde a ve b noktaları arasındaki eş değer sığayı bulunuz.



Cevap: $C_s = \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right)^{-1} = 2{,}92\mu F$

$C_p = 2{,}92 + 4 + 6 = 12{,}92\mu F$

26.32(48) –

$C_1 = 25\mu F$ ve $C_2 = 5\mu F$'lik iki kondansatör paralel bağlanarak 100U'luk güç kaynağında yüklenmiştir.
a) Bu iki kondansatörde depolanan toplam enerjiyi hesaplayınız.
b) Bu iki kondansatörün seri bağlanması durumunda "a"daki kadar enerjiyi depolaması için kondansatörün uçları arasında ne kadarlık potansiyel farkı gerekir?

Cevap: Kondansatörde depolanan enerji: $U = \frac{1}{2} C V^2$

a) Kon. paralel → $C_p = C_1 + C_2 = 25 + 5 = 30\mu F$.
$U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 10^{-6} \cdot (100)^2 = 0{,}15\,J$

b) Kon. seri → $C_s = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{5}\right)^{-1} = 4{,}167\mu F$

$U = \frac{1}{2} C U^2$

$V = \sqrt{\frac{2U}{C}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}15}{4{,}167 \cdot 10^{-6}}} = 268\,V$

26.35(51) – Bir paralel plakalı kondansatörün üzerindeki yük Q ve plaka alanı A'dır. Her bir plakanın ötekine uyguladığı kuvvetin

$$F = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A}$$

olduğunu gösteriniz.

Cevap: Herhangi bir plaka x aralığı için $C = \frac{\varepsilon_0 A}{x}$

İki yüklü levhayı ayırmak için yapılan iş: $C = Q/V$

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\cdot C\cdot\frac{Q^2}{C^2} = \frac{Q^2}{2C}$$

$$\underbrace{W = \int F\cdot dx = U}\quad (\text{İş-Enerji})$$

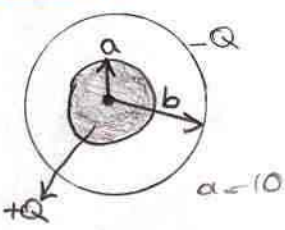
$$\int_0^x F\cdot dx = \frac{Q^2}{2C} \rightarrow \int_0^x F\cdot dx = \frac{Q^2}{2}\cdot\frac{x}{\varepsilon_0 A}$$

$$\rightarrow F\int_0^x dx = \frac{Q^2 x}{2\varepsilon_0 A} \rightarrow F\cdot x = \frac{Q^2 x}{2\varepsilon_0 A}$$

$$\rightarrow F = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A} \quad //$$

26. (25) – Bir küresel kondansatör, 10cm çaplı iletken bir top ve aynı merkezli 12cm iç çaplı topraklanmış küresel iletken kabuk içine koyularak oluşturuluyor. Top üzerinde 1000V'luk potansiyele ulaşmak için kondansatöre ne kadarlık yük koyulmalıdır?

Cevap:



$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{kQ\frac{(b-a)}{a\cdot b}}$$

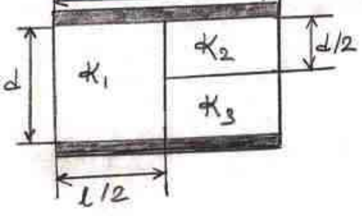
$$C = \frac{a\cdot b}{k(b-a)}$$

$a = 10cm,\ b = 12cm,\ V = 1000V$

$$V = \frac{Q}{C} \rightarrow Q = V\cdot C = V\cdot\frac{a\cdot b}{k\cdot(b-a)}$$

$$Q = 1000\cdot\frac{(10\cdot10^{-2})\cdot(12\cdot10^{-2})}{(9\cdot10^{9})\cdot(12-10)\cdot10^{-2}} = 66{,}7\cdot10^{-9}C = 66{,}7nC$$

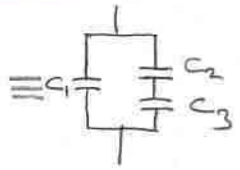
26.58(80) – Bir paralel plakalı kondansatör şekildeki gibi üç farklı dielektrik madde kullanılarak yapılmıştır.



a) Plaka yüzeyi A ve d, $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ terimleri cinsinden bu aygıtın sığası için bir ifade bulunuz.

b) $A = 1cm^2$, $d = 2mm$, $\kappa_1 = 4{,}9$, $\kappa_2 = 5{,}6$ ve $\kappa_3 = 2{,}1$ olarak kondansatörün sığasını hesaplayınız.

Cevap: $C = \frac{\kappa\varepsilon_0 A}{d}$



a) $$C_1 = \frac{\kappa_1\varepsilon_0 A/2}{d} = \frac{\kappa_1\varepsilon_0 A}{2d}$$

$$C_2 = \frac{\kappa_2\varepsilon_0 A/2}{d/2} = \frac{\kappa_2\varepsilon_0 A}{d}$$

$$C_3 = \frac{\kappa_3\varepsilon_0 A/2}{d/2} = \frac{\kappa_3\varepsilon_0 A}{d}$$

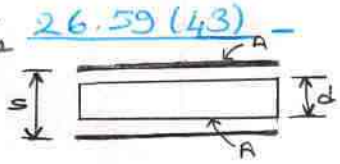
$$C_{eş} = C_1 + \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)^{-1} = C_1 + \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}$$

$$C_{eş} = \frac{\kappa_1\varepsilon_0 A}{2d} + \frac{\varepsilon_0 A}{d}\left(\frac{\kappa_2\cdot\kappa_3}{\kappa_2+\kappa_3}\right)$$

$$C_{eş} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}\left[\frac{\kappa_1}{2} + \frac{\kappa_2\cdot\kappa_3}{\kappa_2+\kappa_3}\right]$$

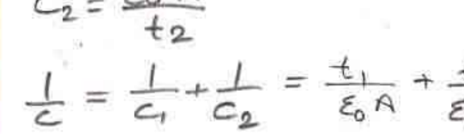
b) $$\left.\begin{array}{l} A = 1cm^2 = 1\cdot10^{-4}m^2 \\ d = 2mm = 2\cdot10^{-3}m \\ \kappa_1 = 4{,}9 \\ \kappa_2 = 5{,}6 \\ \kappa_3 = 2{,}1 \\ \varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12} \end{array}\right\} C = 1{,}76\cdot10^{-12}F$$

26.59(43) –



A alanlı ve d kalınlıklı iletken bir dilim şekildeki gibi, A alanlı s aralıklı paralel-plakalı kondansatörün levhaları arasına yerleştiriliyor. Sistemin sığası nedir?

Cevap: $C = \frac{\varepsilon_0\cdot A}{d}$



Sistem, seri bağlı iki kondansatör gibi düşünülebilir.

$$t_1 + d + t_2 = s \rightarrow t_1 + t_2 = s - d$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 A}{t_1}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 A}{t_2}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{t_1}{\varepsilon_0 A} + \frac{t_2}{\varepsilon_0 A} = \frac{t_1 + t_2}{\varepsilon_0\cdot A}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{t_1 + t_2} = \frac{\varepsilon_0 A}{s - d} \quad //$$

27.5(3) – 8nC'luk yük taşıyan küçük bir küre, yalıtkan bir çubuğun ucundaki bir çemberde dönmektedir. Dönme frekansı 100π rad/s'dir. Bu dönen yük ne kadarlık bir ortalama akım gösterir?

Cevap: $w=2\pi f \rightarrow f=w/2\pi$

$$I=\frac{dq}{dt}=\frac{q}{T}=\frac{q}{\frac{1}{f}}=q.f=q.\frac{w}{2\pi}$$

$$I=q.\frac{w}{2\pi}=8.10^{-9}.\frac{\overset{50}{\cancel{100\pi}}}{\cancel{2\pi}}=4.10^{-7}A$$

27.YOK(5) – Bir iletkende I akımı (A cinsinden) $I=2t^2-3t+7$ bağıntısına göre zamanla değişiyor. Burada t saniye cinsindendir. t=2s ile t=4s aralığında iletkenin kesitinden geçen yük miktarı ne kadardır?

Cevap: $I=\frac{dQ}{dt} \rightarrow dQ=I.dt$

$$\rightarrow Q=\int I.dt=\int_2^4(2t^2-3t+7)dt$$

$$\rightarrow Q=2\int_2^4 t^2dt-3\int_2^4 t\,dt+7\int_2^4 dt$$

$$\rightarrow Q=2.\frac{t^3}{3}\Big|_2^4-3\frac{t^2}{2}\Big|_2^4+7.t\Big|_2^4$$

$$\rightarrow Q=\frac{2}{3}(4^3-2^3)-\frac{3}{2}(4^2-2^2)+7(4-2)$$

$$\rightarrow Q=33,3\,C$$

27.26(42) – Bir iletkendeki akım iki katına çıkarsa,
a) yük taşıyıcı yoğunluğu,
b) akım yoğunluğu,
c) sürüklenme hızı,
d) çarpışmalar arasındaki ortalama zaman ne olur?

Cevap:

a) $n \rightarrow$ etkilenmez.
Maddenin yapısında bir değişiklik olmayacağı için başta ne kadar yük taşıyıcı varsa akım iki katına çıktığında da o kadar olur.

b) $|\vec{J}|=\frac{I}{A}$ $\quad J\propto I$ iki katına katlanır

c) $J=\underset{sbt}{n}.\underset{sbt}{q}.v_s$ $\quad J\propto I\propto v_s \rightarrow$ v_s iki katına katlanır.

d) $\underset{zaman}{\tau}=\frac{m\sigma}{nq^2}$ (yük) $\quad$ katma ile σ (iletkenlik) değişmediği sürece değişmez.

27.34(32) – Platin bir telin direnci düşük sıcaklık ölçümleri için kalibre edilmiştir. 20°C'da direnci 1Ω olan bir platin tel 77K (−196°C) deki sıvı azot içine daldırılmıştır. Platin telin sıcaklıkla değişimi lineer ise −196°C'de platin telin beklenen direnci ne kadardır? ($\alpha_{platin}=3,92.10^{-3}/°C$)

Cevap: Direncin sıcaklıkla çizgisel (lineer) değiştiği varsayılarak,

$$R=R_0(1+\alpha\Delta T)=R_0[1+\alpha(T-T_0)]$$

$T_0=20°$, $R_0=1\Omega$, $T=-196°$

α – özdirencin sıcaklık katsayısı

$$R_{77K}=(1\Omega)[1+3,92.10^{-3}.(-196-20)]$$

$$R_{77K}=0,153\,\Omega$$

27.38(48) – Bir hidroelektrik santralde, türbün jeneratöre 1500 BG sağlıyor ve bu mekanik enerjinin %80'i elektrik enerjisine dönüştürülüyor. Bu şartlar altında 2000 V'luk bir potansiyel farkıyla jeneratörün sağlayacağı akım ne kadardır?

Cevap: $1BG \doteq 0,746.10^3 W$

$$P=\left(\frac{80}{100}\right).(1500BG)(0,746.10^3W/BG)=895,2W$$

$$P=I.V \rightarrow 895,2=I.2000 \rightarrow I=448mA$$

27.39(51) – 110 V'ta çalışan bir daldırma su ısıtıcısının, 1,5kg suyun sıcaklığını 10°C'den 50°C'e 10 dakikada çıkarması için direnci ne olmalıdır?

Cevap: $V=I.R \rightarrow I=V/R$

$$U=P.t=(I^2.R).t=\left(\frac{V^2}{R^2}.R\right).t=\frac{V^2}{R}.t$$

ısı (Q) $\rightarrow U=mc\Delta T$

enerji = ısı (Q)

$$\frac{V^2}{R}.t=mc\Delta T \rightarrow R=\frac{V^2t}{mc\Delta T}$$

$t=10$ dakika $=10.60=600s$
c: suyun bağıl ısısı $\rightarrow c=1cal/g.°C$ veya $c=4184J/kg.°C$

$$R=\frac{(110)^2.(600)}{(1,5).(4184).(50-10)}=28,9\,\Omega$$

27.63(59) – Bir elektrikli araba, 2×10^7J'lük toplam enerjiyi 12V'luk bir batarya takımı ile sağlıyor.
a) Elektrik motoru, 8kW güç çekiyorsa, motorun verdiği akım nedir?
b) Araba, 20m/s'lik kararlı hızla giderken elektrik motoru 8kW çekiyorsa, arabanın "pili bitmeden önce" gidebileceği uzaklık nedir?

Cevap:

a) $P=I.V \rightarrow I=\frac{P}{V}=\frac{8.10^3}{12}=667A$

b) $U=P.t \rightarrow t=\frac{U}{P}=\frac{2.10^7}{8.10^3}=2500s$

$x=v_s t$'den $\rightarrow d=v_s t=20.2500=50000m=50km$

27.59 (YOK) – x-ekseni boyunca uzanan düzgün silindirik bir tel 0,5 m uzunluğunda ve 0,2 mm çapındadır. Bu tel, $\rho = 4.10^{-8}\ \Omega.m$ özdirençli, ohm kanununa uyan bir maddeden yapılmıştır. x=0'da potansiyel farkının 4V ve x=0,5m de V=0 olduğunu kabul ederek,
a) teldeki $\vec{E}$ elektrik alanını,
b) telin direncini,
c) teldeki akımı,
d) teldeki $\vec{J}$ akım yoğunluğunu bulunuz.
e) $\vec{E} = \rho \vec{J}$ olduğunu gösteriniz.

Cevap: $2r = 0,2\ mm$
$r = 0,1\ mm = 1.10^{-4}\ m$

a) $\vec{E} = -\frac{dV}{dx}\hat{i} = -\frac{\Delta V}{\Delta x} = -\frac{(0-4)}{(0,5-0)} = 8\hat{i}\ V/m$

b) $R = \frac{\rho l}{A} = \frac{\rho l}{\pi r^2} = \frac{4.10^{-8}.0,5}{3,14.(1.10^{-4})^2} = 0,637\Omega$

c) $I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{4}{0,637} = 6,28\ A$

d) $\vec{J} = \frac{I}{A}\hat{i} = \frac{6,28}{\pi(1.10^{-4})^2} = 2.10^{8}\hat{i}\ A/m^2$

e) $\rho.\vec{J} = 4.10^{-8}.\ 2.10^{8}\hat{i}$
$\rho\vec{J} = 8\hat{i} \qquad \vec{E} = 8\hat{i}$
$\boxed{\rho.\vec{J} = \vec{E}}$ dir.

27.64 (YOK) – Düzgün bir tel ısıtıldığı zaman, onun direnci $R = R_0[1+\alpha(T-T_0)]$ ifadesiyle verilmektedir. Burada α öz direncin sıcaklık katsayısıdır.
a) Tel ısıtıldığı zaman, telin alanının ve uzunluğunun değişimini hesaba katarak direncin,
$$R = \frac{R_0[1+\alpha(T-T_0)].[1+\alpha'(T-T_0)]}{[1+2\alpha'(T-T_0)]}$$
şeklinde olacağını gösteriniz. Burada α' lineer genleşme katsayısıdır.
b) İlk sıcaklık 20°C'den 100°C'e ısıtıldığı zaman, 2m uzunluklu ve 0,1mm yarıçaplı bakır tel için iki ifadenin sonucunu karşılaştırınız.

Cevap: a) $R = R_0[1+\alpha(T-T_0)]$
$\rho = \rho_0[1+\alpha(T-T_0)]$
$R = \frac{\rho l}{A} \qquad l_0 = \rho_0[1+\alpha'(T-T_0)]$
$A_0 = \rho_0[1+2\alpha'(T-T_0)]$

$$R = \frac{\rho_0[1+\alpha(T-T_0)].l_0[1+\alpha'(T-T_0)]}{A_0[1+2\alpha'(T-T_0)]}$$

$R_0 = \frac{\rho_0 l_0}{A_0}$

$$R = \frac{R_0[1+\alpha(T-T_0)].[1+\alpha'(T-T_0)]}{[1+2\alpha'(T-T_0)]}$$

//

b) Bakır için $\rho_0 = 1,7.10^{-8}\ \Omega m$
$\alpha = 3,9.10^{-3}\ °C^{-1}$, $\alpha' = 17.10^{-6}\ °C^{-1}$

$R_0 = \frac{\rho_0 l_0}{A_0} = \frac{\rho_0 l_0}{\pi r^2} = \frac{1,7.10^{-8}.2}{3,14.(0,1.10^{-3})^2} = 1,08\Omega$

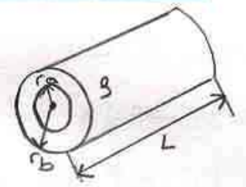
$R = R_0[1+\alpha(T-T_0)] = 1,08[1+3,9.10^{-3}(100-20)]$
$R = 1,42\ \Omega$

$$R = \frac{R_0[1+\alpha(T-T_0)].[1+\alpha'(T-T_0)]}{[1+2\alpha'(T-T_0)]}$$

$$R = \frac{1,08[1+3,9.10^{-3}(100-20)][1+17.10^{-6}(100-20)]}{[1+2.17.10^{-6}(100-20)]}$$

$R = 1,418\ \Omega$

27.66 (63) – Bir rezistans ρ öz dirençli bir maddeden içi boş silindir şeklinde yapılmıştır. Silindirin boyu L, iç ve dış yarıçapları r_a ve r_b'dir. Eksene paralel bir akım üretmek için, silindirin uçları arasına bir potansiyel farkı uygulanıyor.



a) Rezistansın direnci için L, ρ, r_a ve r_b cinsinden bir ifade bulunuz.
b) L = 4cm, r_a = 0,5cm, r_b = 1,2cm ve $\rho = 3,5.10^{5}\ \Omega$ için R'nin nümerik değerini elde ediniz.

Cevap:
a)

$R = \frac{\rho.l}{A}$ → dr

$dR = \frac{\rho.dl}{A} \rightarrow dR = \frac{\rho}{A}.dr$

$\rightarrow R = \int_{r_a}^{r_b} \frac{\rho}{2\pi r L}.dr$

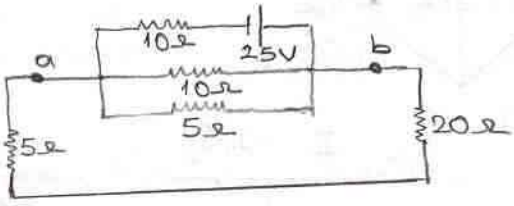
$A = 2\pi r.l \qquad \rightarrow R = \frac{\rho}{2\pi L}\int_{r_a}^{r_b}\frac{dr}{r}$

$\rightarrow R = \frac{\rho}{2\pi L}\ln r\Big|_{r_a}^{r_b} = \frac{\rho}{2\pi L}[\ln r_b - \ln r_a]$

$\rightarrow R = \frac{\rho}{2\pi L}\ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right)$ //

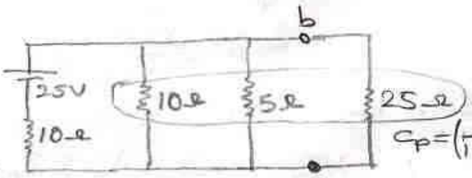
b) $L = 4cm = 4.10^{-2}\ m$
$r_a = 0,5cm = 0,5.10^{-2}\ m$
$r_b = 1,2cm = 1,2.10^{-2}\ m$
$\rho = 3,5.10^{5}\ \Omega$
$\Bigg\}\ R = 1,22.10^{6}\ \Omega$

28.9(21) – Şekildeki devre için,
a) 20 Ω'luk dirençteki akımı
b) a ve b noktaları arasındaki potansiyel farkını bulunuz.



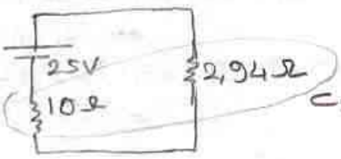
Cevap:

① $c_s = 20+5 = 25\,\Omega$

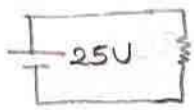


② $c_p = \left(\frac{1}{10}+\frac{1}{5}+\frac{1}{25}\right)^{-1}$

$c_p = 2{,}94\,\Omega$



③ $c_s = 12{,}94\,\Omega$



b) $\Delta V = I.R \rightarrow I = \frac{\Delta V}{R_{es}} = \frac{25}{12{,}94} = 1{,}93\,A$

Şekil ②'den 3 direncin potansiyel farkları aynı değerde V_{ab}'dir.

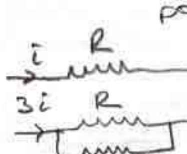
$\Delta V = I.R = (1{,}93).(2{,}94) = 5{,}68\,V$

a) 20 Ω'luk dirençten geçen akım, 25 Ω'luk ab hattından da geçtiğinden,

$I = \frac{V_{ab}}{R_{ab}} = \frac{5{,}68}{25} = 0{,}227\,A$

28.13(13) – 500 Ω'luk bir direnç, bir devredeki dirençle paralel bağlandığında, devredeki akım 3 kat artmaktadır. 500 Ω'luk direnç bağlanmadan önce devrenin direnci nedir?

Cevap: NOT: Seri bağlı dirençler için; akım her dirençte aynıdır. Paralel bağlı dirençler için; potansiyel farkı her dirençte aynıdır.

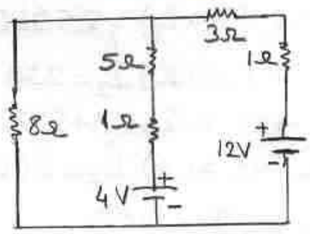


$V = i.R = 3i\,\frac{1}{\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{500}\right)}$

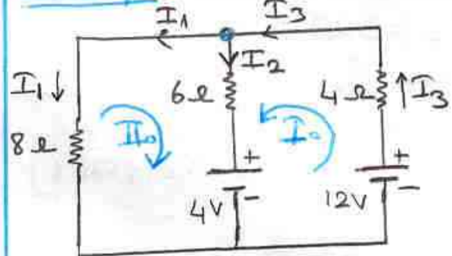
$R\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{500}\right) = 3$

$\rightarrow \boxed{R = 1000\,\Omega}$

28.19(27) – Şekildeki devrenin her bir kolundaki akımı hesaplayınız.



Cevap:



Kirchoff akım kuralından → $I_3 = I_1 + I_2$

Kirchoff voltaj kuralından →

I. ilmek: $12 - 4I_3 - 6I_2 - 4 = 0$

II. ilmek: $-6I_2 - 4 + 8I_1 = 0$

$I_3 = I_1 + I_2$
$4I_3 + 6I_2 = 8$
$8I_1 - 6I_2 = 4$

$4(I_1+I_2) + 6I_2 = 8$
$8I_1 - 6I_2 = 4$

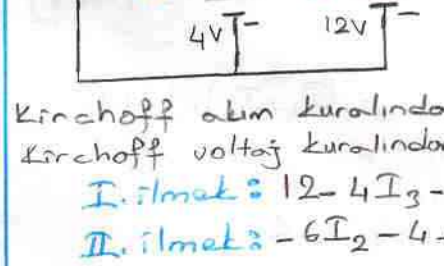
$-2/\ 4I_1 + 10I_2 = 8$
$8I_1 - 6I_2 = 4$

$I_2 = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}\,A$

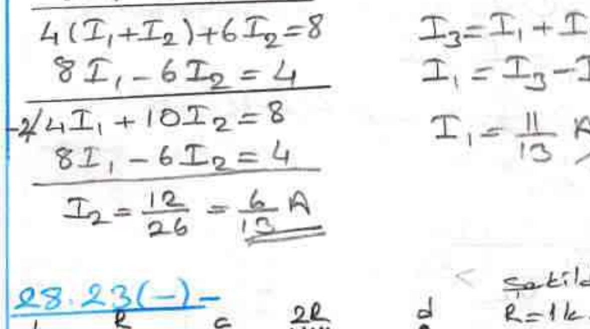
$4I_3 + 6I_2 = 8$
$I_3 = \frac{17}{13}\,A$

$I_3 = I_1 + I_2$
$I_1 = I_3 - I_2$
$I_1 = \frac{11}{13}\,A$

28.23(–) – Şekildeki devrede $R = 1\,k\Omega$ ve $\varepsilon = 250\,V$ ise, a ve e arasındaki yatay teldeki akımın yönünü ve şiddetini bulunuz.

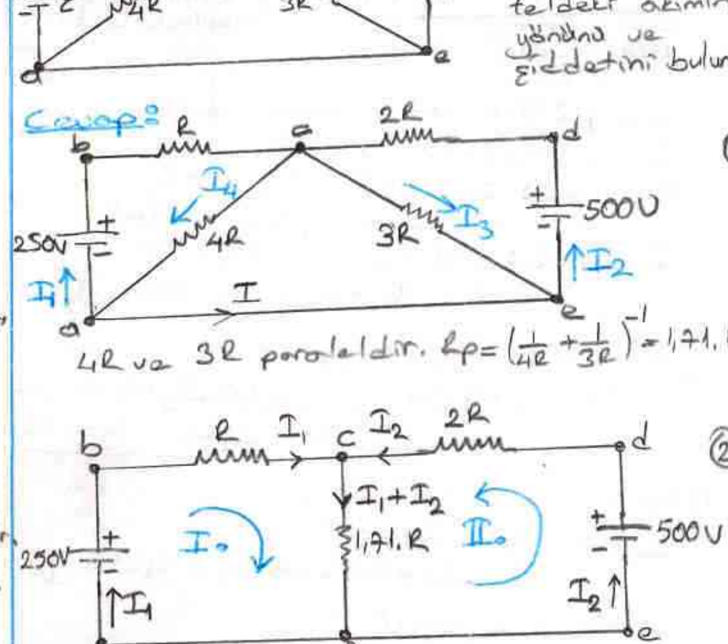


Cevap:



①

4R ve 3R paraleldir. $R_p = \left(\frac{1}{4R}+\frac{1}{3R}\right)^{-1} = 1{,}71.R$



②

$R = 1\,k\Omega = 1000\,\Omega$

Kirchhoff Kuralı:

I. ilmek: $-RI_1 - 1{,}71.R(I_1+I_2)+250=0$

$(2{,}71.R)I_1 + (1{,}71.R)I_2 = 250$

II. ilmek: $-2R\,I_2 - 1{,}71.R(I_1+I_2)+500=0$

$(1{,}71R)I_1 + (3{,}71.R)I_2 = 500$

$-1{,}71 / 2{,}71.R\,I_1 + 1{,}71.R.I_2 = 250$

$2{,}71 / 1{,}71.R.I_1 + 3{,}71.R.I_2 = 500$

$7{,}13.R.I_2 = 927{,}5$

$R = 1000\,\Omega \rightarrow \boxed{I_2 = 0{,}13\,A = 130\,mA}$

$2{,}71.R.I_1 + 1{,}71.R\,I_2 = 250$

$R=1000\,\Omega \rightarrow \boxed{I_1 = 0{,}01\,A = 10\,mA}$

② . şekilden,

$V_{ac} = V_c - V_a = (I_1+I_2).1{,}71.R$
$= 240\,V$

① . şekilden,

$V_{ac} = V_c - V_a = 4R.I_4$

$I_4 = \frac{V_c - V_a}{4R} = \frac{240}{4.1000} = 0{,}06\,A = 60\,mA$

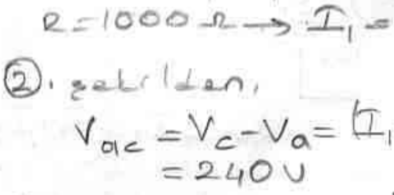
şekil ①'de Kir. Kuralı uygulanırsa;

$I_4 = I_1 + I$

$I = I_4 - I_1 = 60 - 10 = 50\,mA$

a'dan c'e $I = 50\,mA$'lik akım akar.

28.25 (YOK) -



"Bitmiş" bir akümülatör başka bir arabanın yeni aküsüne ara kablolarla bağlanarak yüklenmektedir. Ateşleyicideki ve bitmiş aküdeki akımı bulunuz.

Cevap: Kirchhoff kuralını kullanınız.

$I_1 = I_2 + I_3 \ldots\ldots (1)$

I. ilmek: $12 - 0{,}01 I_1 - 1.I_2 - 10 = 0$

$0{,}01.I_1 + I_2 = 2 \ldots\ldots (2)$

II. ilmek: $10 + 1.I_2 - 0{,}06 I_3 = 0$

$I_2 - 0{,}06.I_3 = -10 \ldots\ldots (3)$

(1)'i (2)'de yerine yazarız.

$0{,}01.(I_2+I_3) + I_2 = 2 \rightarrow 1{,}01.I_2 + 0{,}01.I_3 = 2$

$(3) \rightarrow I_2 - 0{,}06 I_3 = -10$

$0{,}06 / 1{,}01.I_2 + 0{,}01.I_3 = 2$

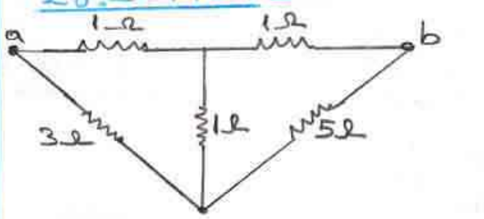
$0{,}01 / I_2 - 0{,}06.I_3 = -10$

$0{,}0706.I_2 = 0{,}02 \rightarrow I_2 = 0{,}283\,A$

$I_2 - 0{,}06.I_3 = -10$

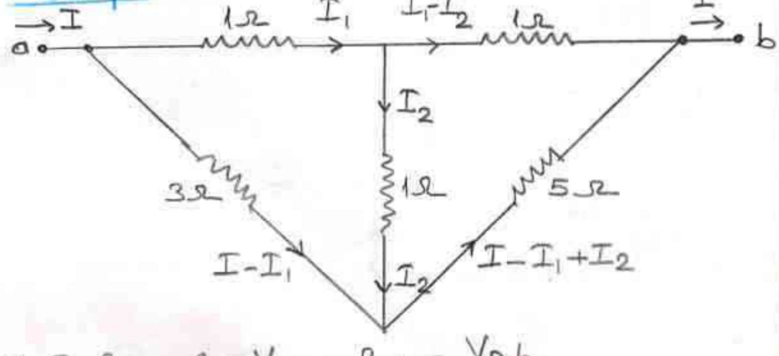
$I_3 = 171\,A$

28.26 (YOK) -



Şekilde gösterilen ağ için $R_{ab} = \frac{27}{17}\,\Omega$ olduğunu gösteriniz.

Cevap:



$V = I.R \rightarrow R = \frac{V}{I} \rightarrow R_{ab} = \frac{V_{ab}}{I}$

V_{ab} ve I'ı bulalım.

$V_{ab} \Rightarrow \begin{cases} V_{ab} = 1.I_1 + 1.(I_1 - I_2) = 2I_1 - I_2 \\ V_{ab} = 1.I_1 + 1.I_2 + 5(I - I_1 + I_2) \\ \quad = -4I_1 + 6I_2 + 5I \\ V_{ab} = 3(I - I_1) + 5(I - I_1 + I_2) \\ \quad = 8I - 8I_1 + 5I_2 \end{cases}$

$I = 1A$, $I_1 = x$, $I_2 = y$ olsun. Bu üç denklem:

$V_{ab} = 2x - y \rightarrow y = 2x - V_{ab}$

$V_{ab} = -4x + 6y + 5$

$V_{ab} = 8 - 8x + 5y$

$V_{ab} = -4x + 12x - 6V_{ab} + 5$

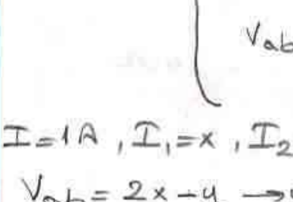
$V_{ab} = 8 - 8x + 10x - 5V_{ab}$

$-1 / 7V_{ab} - 8x = 5$

$4 / 6V_{ab} - 2x = 8$

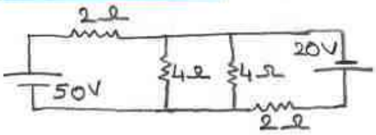
$V_{ab} = \frac{27}{17}\,V$, $R_{ab} = \frac{V_{ab}}{I} = \frac{27/17}{1} = \frac{27}{17}\,\Omega$

28. YOK(22) - Şekildeki her bir direncin değeri 1Ω'dur. a noktasından giren I akımının b noktasından çıktığını varsayalım. Devrenin simetrisini dikkate alarak, a ve b noktaları arasındaki ağın eşdeğer direncinin $R_{eş} = 2/3\,\Omega$ olduğunu gösteriniz.

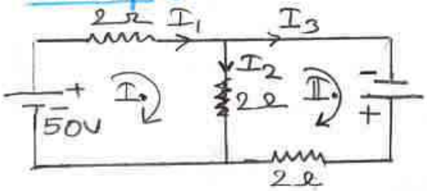


Cevap: Üst, orta ve alt bağlantılar aynı potansiyelde olduklarından düşey dirençler akım taşımazlar ve bunların atılmasıyla $R_{eş}$ değişmez.

28.28 (39) – Şekildeki devrede, her bir dirençte harcanan gücü bulunuz.



Cevap:



$$\begin{cases} 50-2I_1-2I_2=0 & (1) \\ 20-2I_3+2I_2=0 & (2) \\ I_1=I_2+I_3 & (3) \end{cases}$$

$$50-4I_2-2I_3=0$$
$$20-2I_3+2I_2=0$$

$I_1=20A$, $I_2=5A$, $I_3=15A$

$P=I^2.R$

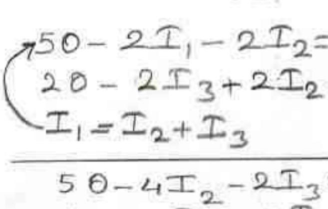
$(2\Omega)_1$: $P=I_1^2.(2\Omega)=800W$

$(4\Omega)_2$: I_2'nin yarısı her birinden gider.

$$P=\left(\frac{I_2}{2}\right)^2.(4\Omega)=25W$$

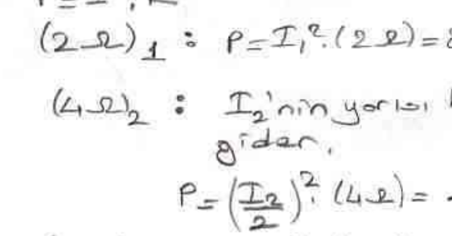
$(2\Omega)_3$: $P=I_3^2.(2\Omega)=450W$

28.33 (YOK) – Devre, şekildeki gibi uzunca bir süre çalıştırılmıştır.
a) Kondansatörün uçları arasındaki voltaj ne kadardır?
b) Akü bağlantısı, açılırsa, kondansatörün başlangıç voltajının 1/10'ine bozalması için ne kadar süre gerekir?



Cevap:

a)



Uzun bir süre geçmişse kondansatör tamamen dolmuştur.

I. ilmek: $10-I_1.1-I_1.4=0 \rightarrow 5I_1=10 \rightarrow I_1=2A$

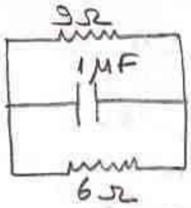
II. ilmek: $10-8I_2-2I_2=0 \rightarrow 10=10.I_2 \rightarrow I_2=1A$

$V_1=10-I_1.1=10-2=8V$

$V_2=10-I_2.8=10-8=2V$

$\left.\begin{array}{l}\text{Kondansatörün uçları}\\ \text{arasındaki potansiyel}\\ \text{farkı}\end{array}\right\} \rightarrow V_2-V_1=8-2=6V$

b) Akü çıkarılırsa,



$R=\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{6}\right)^{-1}=3,6\Omega$

$R.C=(3,6).(1.10^{-6})=3,6.10^{-6}s$

$Q=C.V$

C: sabit; V → 1/10

→ 1/10 düşmesi

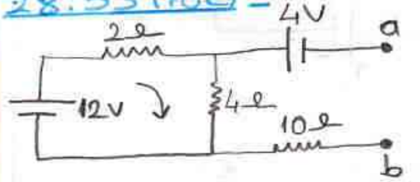
Kondansatörün bozalması $\rightarrow q(t)=Q.e^{-t/RC}$

$$\rightarrow \frac{Q}{10}=Q.e^{-t/RC}$$

Her iki tarafın ln'ni alırız.

$$\underbrace{\ln 1}_{0}-\underbrace{\ln 10}_{2,3}=-\frac{t}{RC} \rightarrow t=8,28.10^{-6}s$$

28.53 (YOK) – Şekildeki devrede a ve b noktaları arasındaki potansiyel farkını hesaplayınız ve hangi noktanın daha yüksek potansiyelde olduğunu belirleyiniz.



Cevap: Kirchhoff Kuralı kapalı halkaya uygulanır.

$12-2I-4I=0 \rightarrow I=2A$

$V_b-V_a=4V-4\underset{\downarrow 2}{I}-10.(0A)=-4V$

a noktası daha yüksek potansiyeldedir.

28.55 (41) – İki tane bilinmeyen direnç seri bağlandığında 5A'lik toplam bir akım ile 225W'lık bir güç harcamaktadır. Dirençler paralel bağlandığında, aynı toplam akım için 50W'lık bir güç harcamaktadır. Dirençlerin değerlerini bulunuz.

Cevap: $P=I^2.R$

$225=I^2.R_s$ (I = 5)

$225=25.R_s$

$R_s=9\Omega$

$\boxed{x+y=9}$

$\hookrightarrow y=9-x$

$50=I^2.R_p$ (I = 5)

$50=25.R_p$

$R_p=2\Omega$

$\boxed{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2}}$

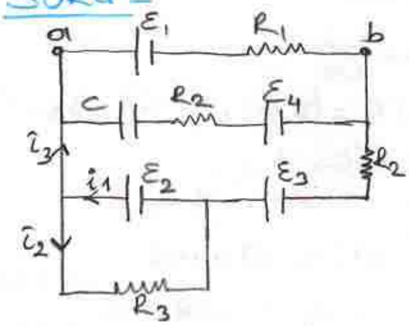
$$\frac{1}{x}+\frac{1}{9-x}=\frac{1}{2} \rightarrow \frac{9-\cancel{x}+\cancel{x}}{x(9-x)}=\frac{1}{2} \rightarrow x(9-x)=18$$

$\rightarrow x^2-9x+18=0 \rightarrow (x-6).(x-3)=0 \rightarrow x_1=3, x_2=6$

$y=9-x \rightarrow y_1=6$, $y_2=3$

Dirençlerin değerleri 3Ω ve 6Ω'dur.

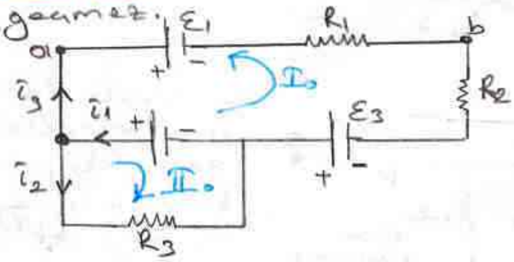
SORU -



$\mathcal{E}_1 = 6V$
$\mathcal{E}_2 = 4V$
$\mathcal{E}_3 = 5V$
$\mathcal{E}_4 = 10V$
$R_1 = 3\Omega$
$R_2 = 2\Omega$
$R_3 = 8\Omega$
$R_4 = 4\Omega$
$C = 2\mu F$

Şekildeki devre için,
a) Akımları, b) V_{ab}'i bulunuz.

Cevap: Kondansatör olan koldan akım geçmez.



a) Kir. kuralını kullanırız.

$i_1 = i_2 + i_3$

I. $\rightarrow \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 - i_3 \cdot R_1 - i_3 \cdot R_2 = 0$

II. $\rightarrow -\mathcal{E}_2 + i_2 \cdot R_3 = 0$

$i_1 = i_2 + i_3$

$6 - 4 - 5 - 3i_3 - 2i_3 = 0 \rightarrow i_3 = \frac{3}{5} A$ //

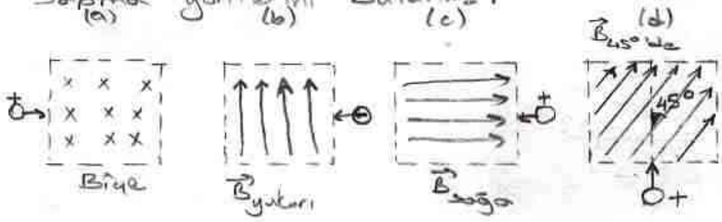
$-4 + 8i_2 = 0 \rightarrow i_2 = 0{,}5 A$ //

$i_1 = i_2 + i_3 \longrightarrow i_1 = 3{,}5 A$ //

b) $V_{ab} = V_b - V_a = -\mathcal{E}_1 - R_1 \cdot i_3$
$= -6 - 3 \cdot \frac{3}{5} = -7{,}8 V$

$V_{ba} = V_a - V_b = \mathcal{E}_1 + R_1 \cdot i_3$
$= 6 + 3 \cdot \frac{3}{5} = 7{,}8 V$

29.1(58) – Şekildeki yüklü parçacıkların manyetik alanlara girerken başlangıçtaki sapma yönlerini bulunuz.



Cevap: İki yolla bulunabilir.

I. yol: 4 parmak → B
Baş parmak → ϑ
Avuç içi → F

II. yol: $\vec{F} = q \cdot \vec{\vartheta} \times \vec{B}$
içe → $-\hat{k}$ aşağı → $-\hat{j}$ sola → $-\hat{i}$
dışa → $\hat{k}$ yukarı → $\hat{j}$ sağa → $\hat{i}$

a) I. yol: yukarı

II. yol: $\vec{F} = q(\vec{\vartheta} \times \vec{B})$, $(+).(\hat{i} \times -\hat{k}) \to \hat{j}$ yukarı

b) I. yol: sayfadan dışa

II. yol: $\vec{F} = q.(\vec{\vartheta} \times \vec{B})$, $(-)\ (-\hat{i} \times \hat{j}) \to \hat{k}$ dışa

c) I. yol: sapma yok

II. yol: $\vec{F} = q.(\vec{\vartheta} \times \vec{B})$, $(+).(-\hat{i} \times \hat{i}) \to 0$ sapma yok

d) I. yol: içe

II. yol: $\vec{F} = q(\vec{\vartheta} \times \vec{B})$, $(+)(\hat{j} \times \hat{i}) \to -\hat{k}$ sayfadan içe

Manyetik alanın y-bileşeni sapma oluşturmaz. x-bileşeni sapma oluşturur.

29(9).11 – Bir proton, manyetik alanın $\vec{B} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$ ile verildiği bir bölgede $\vec{\vartheta} = (2\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k})$ hızı ile hareket ederse, bu yüke etkiyen manyetik kuvvetin büyüklüğü nedir?

Cevap: $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C

I. yol

$$\vec{F} = q(\vec{\vartheta} \times \vec{B}) = q \cdot \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -4 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\vec{F} = q\,[10\hat{i} + 7\hat{j} + 8\hat{k}]\,N$$

$$|\vec{F}| = (1,6 \cdot 10^{-19} C) \cdot \underbrace{\sqrt{100+49+64}}_{14,6} = 2,34 \cdot 10^{-18} N$$

II. yol

$$\vec{F} = q \cdot (2\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}) \times (\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$$

$$\vec{F} = q \cdot [10\hat{i} + 7\hat{j} + 8\hat{k}]\ N$$

$$F = |\vec{F}| = 2,34 \cdot 10^{-18} N$$

29.14(13) – Bir tel 2,4 A'lik bir kararlı akım taşımaktadır. Telin x-ekseni boyunca 0,75 m'lik bir düz kısmı, $\vec{B} = 1,6\hat{k}$ T ile verilen düzgün bir manyetik alan içerisinde bulunduğuna ve akım +x yönünde geçtiğine göre, telin bu kısmına etkiyen kuvvet ne kadardır?

Cevap: $I = 2,4$ A, $l = 0,75$ m, $\vec{B} = 1,6\hat{k}$ T

$$\vec{F} = I\,\vec{l} \times \vec{B}$$

$d\vec{l} = dx\,\hat{i}$

$$d\vec{F} = I \cdot d\vec{l} \times \vec{B} = (2,4) \cdot (dx \cdot \hat{i}) \times (1,6\hat{k})$$

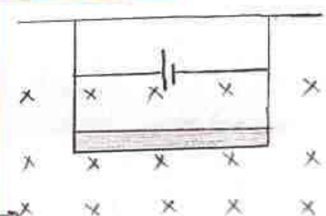
$$d\vec{F} = 3,84 \cdot dx(\hat{i} \times \hat{k}) = -3,84\,dx\,\hat{j}$$

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \int_0^{0,75} (-3,84 \cdot dx \cdot \hat{j}) = -3,84\hat{j} \int_0^{0,75} dx$$

$$\vec{F} = -3,84\hat{j} \cdot x \Big|_0^{0,75} = -3,84\hat{j}\,(0,75 - 0)$$

$$\Rightarrow \vec{F} = (-2,88\hat{j})\ N$$

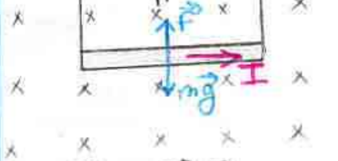
29.14(16) –



Şekildeki gibi, iki bükülebilir telle asılan bir iletkenin birim uzunluğunun kütlesi 0,04 kg/m dir. İletkenin bulunduğu bölgede sayfa düzleminin içine doğru 3,6 T büyüklüğünde bir manyetik alan varsa, askı tellerindeki gerilmenin sıfır olabilmesi için iletkendeki akımın büyüklüğü ve yönü ne olmalıdır?

Cevap: avuç içi → kuvvet
4 parmak → manyetik alan
baş parmak → akım

Askı tellerindeki gerilmenin sıfır olabilmesi için $|\vec{F}| = mg$ olmalıdır.



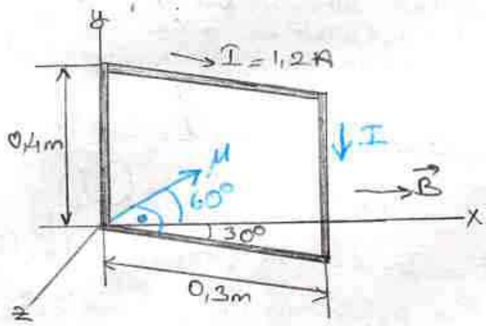
Telden akım geçmezse, bir kuvvet etkimez. F olmazsa askı tellerinde gerilme sıfır olmaz.

$$\vec{F} = I.\vec{l} \times \vec{B} \to mg = I.|\vec{l} \times \vec{B}| \to mg = I.l.B$$

$$\to I = \frac{mg}{B.l} = \left(\frac{m}{l}\right) \cdot \frac{g}{B} = (0,04) \cdot \frac{10}{3,6} = 0,11\,A$$

Çubuktaki I akımının yönü sağa doğrudur.

29.25(23) – Çok sıkı sarılmış 100 sarımdan oluşan dikdörtgen biçimli bir ilmeğin boyutları 0,4m ve 0,3m'dir. İlmek, y-ekseni boyunca monte edilmiş olup, ilmek düzlemi x-ekseni ile 30° açı yapmaktadır. Sarımlardan şekildeki yönde 1,2A değerinde akım geçtiği zaman, x-ekseni boyunca uygulanan 0,8 T'lik düzgün bir manyetik alanın ilmeğe etkidiği torkun büyüklüğü nedir? İlmeğin beklenen dönme yönü nedir?



$\sin 60° = \cos 30° = 0,8$
$\cos 60° = \sin 30° = 0,5$

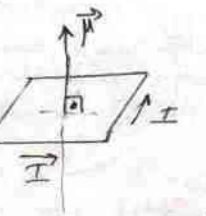
$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \rightarrow \tau = \mu . B . \sin Q = (I.A.N).B.\sin Q$

$\rightarrow \tau = N\, I\, A\, B \sin 60°$

$\rightarrow \tau = 100 . 1,2 . 0,8\,(0,4 \times 0,3) . 0,8$

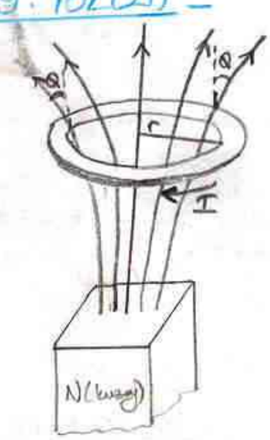
$\rightarrow \tau = 9,22\ N.m$

Q, manyetik momentle B alanı arasındaki açıdır. İlmek, manyetik moment B alanının yönünü alacak şekilde dönecektir. y-ekseni boyunca aşağıya doğru bakıldığında, ilmek saat yönünde dönecektir. (μ'den B'ye eli kapat.)



Çerçeveyi akım yönünde sardığımızda başparmağın açıldığı yön: $\vec{\mu}$ (Çerçeveye dik)

29.YOK(21) – Şekildeki gibi, I akımı taşıyan r yarıçaplı yatay bir iletken halkanın altına kuvvetli bir manyetik alan yerleştiriliyor. Manyetik kuvvet çizgileri halkanın bulunduğu yerde düşeyle Q açısı yaparlarsa, halkaya etkiyen bileşke kuvvetin büyüklüğü ve yönü nedir?



Cevap:
4 parmak → B
Baş parmak → I
Avuç içi → F

$\vec{F} = I . \vec{l} \times \vec{B} \rightarrow F = I . l . B . \sin Q$

$l = 2\pi r \rightarrow F = 2\pi r I B \sin Q$

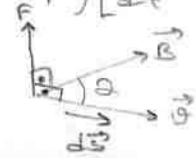
Yukarı

29.YOK(11) – Parçacığın yerdeğiştirmesi ne olursa olsun, bir manyetik alan içerisinde hareket eden yüklü bir parçacığa etki eden kuvvetin yaptığı işin sıfır olduğunu gösteriniz.

Cevap: $W = \int \vec{F} . d\vec{s}$

$\vec{F} = q\,(\vec{v} \times \vec{B}) \xrightarrow{\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}} \vec{F} = q \left[\frac{d\vec{s}}{dt} \times \vec{B} \right]$

$W = q \int \left[\frac{d\vec{s}}{dt} \times \vec{B} \right] . d\vec{s}$

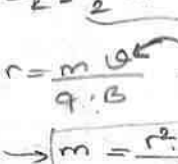


Burada $d\vec{s}$, $\vec{F}$'e yani $q \left[\frac{d\vec{s}}{dt} \times \vec{B} \right]$'e diktir. Dolayısıyla, $\cos 90° = 0$'dır. $\boxed{W = 0 \text{ 'dır.}}$

NOT: Yüklü bir parçacık manyetik alan içinde hareket ederse, manyetik kuvvetin parçacık üzerine yaptığı iş sıfırdır. Çünkü yer değiştirme, kuvvetin yönüne her zaman diktir.

29.YOK(36) – Bir tek yüklü olan m kütleli bir iyon, V potansiyel farkı ile durgun haldan hızlandırıldıktan sonra düzgün bir manyetik alanın (iyonun hızına dik) etkisiyle R yarıçaplı bir yarım-çember çizecek biçimde saptırılıyor. Kütlesi m' olan çift yüklü bir iyon, aynı potansiyel farkı altında hızlandırılıp, aynı manyetik alanda yarıçapı R' = 2R olan bir yarım-çember çizecek şekilde saptırılıyor. Bu verilere göre iyonların kütlelerinin oranı nedir?

Cevap:



$F = q . v . B$; $F = m . a = m \frac{v^2}{r}$ $\Big\} \rightarrow q v B = m \frac{v^2}{r} \rightarrow r = \frac{m v}{q B}$

Tek yüklü, m kütleli iyon, V pot farkı R yarıçaplı yarım-çember
Çift " , m' " " , " " " R'=2R " " "

$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = q . V \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$

$r = \frac{m v}{q . B} = \frac{m}{q B} \sqrt{\frac{2qV}{m}} \rightarrow r^2 = \frac{m^2}{q^2 B^2} . \frac{2qV}{m}$

$\rightarrow \boxed{m = \frac{r^2 . q . B^2}{2V}}$

$m = \frac{R^2 q B^2}{2V}$; $m' = \frac{R'^2 q' B^2}{2V}$ $\Big\} \frac{m'}{m} = \frac{\frac{R'^2 q' B^2}{2V}}{\frac{R^2 q B^2}{2V}} = \left(\frac{R'}{R}\right)^2 . \left(\frac{q'}{q}\right)$

$\frac{m'}{m} = \left(\frac{2\cancel{R}}{\cancel{R}}\right)^2 . \left(\frac{2\cancel{q}}{\cancel{q}}\right) = 2^2 . 2 = 8 \rightarrow \boxed{\frac{m'}{m} = 8}$

29.36(YOK) - Bir elektron büyüklüğü 1 mT olan bir sabit manyetik alana dik çembersel bir yörüngede hareket etmektedir. Elektronun çemberin merkezine göre açısal momentumu 4.10^{-25} J.s ise,
a) çembersel yörüngenin yarıçapını,
b) elektronun hızını bulunuz.

Cevap:

a) $q\vartheta B = m\frac{\vartheta^2}{R} \rightarrow q.R.B = m\vartheta$

$L = (m\vartheta)R = qRB.R = qR^2B \rightarrow L = qR^2B$

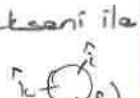
$\rightarrow R^2 = \frac{L}{q.B} \rightarrow R = \sqrt{\frac{L}{qB}} = \sqrt{\frac{4.10^{-25}}{1{,}6.10^{-19}.1.10^{-3}}}$

$\rightarrow R = 0{,}05\,m = 5\,cm$

b) $L = m\vartheta R \rightarrow \vartheta = \frac{L}{m.R} = \frac{4.10^{-25}}{9{,}11.10^{-31}.0{,}05}$

$\rightarrow \vartheta = 8{,}78.10^{6}\,m/s$

29.59(59) - $q = 3{,}2.10^{-19}C$ büyüklüğünde pozitif bir yük, düzgün bir manyetik alan ve düzgün bir elektrik alanın birlikte bulundukları bölgede $\vec{\vartheta} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})\,m/s$ hızla hareket etmektedir,
a) $\vec{B} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k})\,T$ ve $\vec{E} = (4\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k})\,V/m$ ise hareket eden yüke etkiyen toplam kuvveti bulunuz.
b) Kuvvet vektörünün pozitif x-ekseni ile yaptığı açı ne kadardır?



Cevap:

a) Net kuvvet Lorentz kuvvetidir.

$\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{\vartheta}\times\vec{B}) = q[\vec{E} + \vec{\vartheta}\times\vec{B}]$

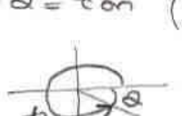
$\vec{F} = (3{,}2.10^{-19})[(4\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}) + (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})\times(2\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k})]$

$\vec{F} = (3{,}2.10^{-19})[(4\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}) + (7\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k})]$

$\vec{F} = (3{,}2.10^{-19}).(11\hat{i} - 5\hat{j})$

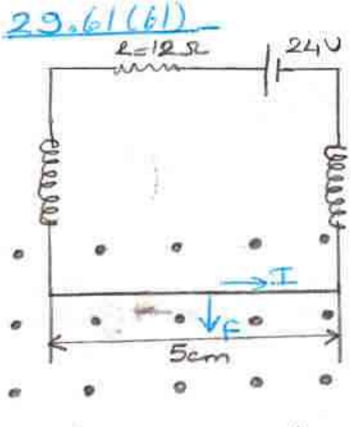
$\vec{F} = (3{,}52\hat{i} - 1{,}6\hat{j}).10^{-18}\,N$

b) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-1{,}6.10^{-18}}{3{,}52.10^{-18}}\right) = -24{,}4^{\circ}$



$\phi = 360^{\circ} - 24{,}4^{\circ} = 335{,}6^{\circ}$

29.61(61) -



Kütlesi 10g ve uzunluğu 5cm olan doğru bir tel, kendisiyle kapalı bir devre oluşturan iki özdeş yayla asılıdır. Devrenin toplam direnci 12 Ω dur. Kağıt düzleminden dışarı doğru bir manyetik alan uygulandığı zaman, yayların 0,3cm daha uzadıkları gözleniyor. Telin ağırlığının etkisiyle yaylar 0,5cm uzamaktadır. Manyetik alanın şiddeti ne kadardır? (Devrenin üst kısmı sabittir).

Cevap:

$m = 10g = 10.10^{-3}\,kg$

$V = 24\,V$

$R = 12\,\Omega$

$V = I.R \rightarrow I = \frac{V}{R} = \frac{24}{12} = 2\,A$

$l = 5cm = 5.10^{-2}\,m$

$\Delta x_1 \rightarrow$ Telin ağırlığından kaynaklanan uzaması

$\Delta x_2 \rightarrow$ Manyetik alanın uygulanmasından kaynaklanan uzama

$F_{manyetik} = 2.k\Delta x_2$ (2-2 paralel yay olduğu için dir).

$F_{ağırlık} = 2k\Delta x_1 \rightarrow mg = 2k\Delta x_1$

$\rightarrow k = \frac{mg}{2\Delta x_1}$

$F_m = 2.k.\Delta x_2 = 2.\frac{mg}{2\Delta x_1}.\Delta x_2$

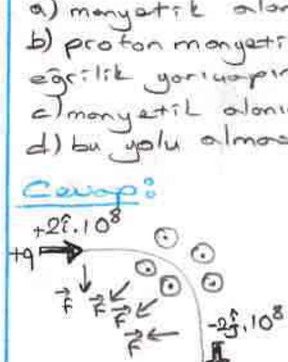
$F_m = \frac{mg\,\Delta x_2}{\Delta x_1}$, $\vec{F} = I.\vec{l}\times\vec{B} \rightarrow F = I.l.B$

$I.l.B = \frac{mg\,\Delta x_2}{\Delta x_1}$

$\rightarrow B = \frac{mg\,\Delta x_2}{I.l.\Delta x_1} = \frac{(10.10^{-3}).10.(0{,}3.10^{-2})}{2.(5.10^{-2}).(0{,}5.10^{-2})} = 0{,}6\,T$

29.YOK(62) - Hızı $\vec{\vartheta} = 2.10^{8}\hat{i}$ m/s olan bir proton 1T şiddetinde düzgün bir manyetik alana girip, $\vec{\vartheta} = -2.10^{8}\hat{j}$ m/s hızla bu alandan çıktığına göre,
a) manyetik alan yönünü,
b) proton manyetik alanın içinde iken yörüngesinin eğrilik yarıçapını,
c) manyetik alanın içinde katettiği yolun uzunluğunu,
d) bu yolu alması için geçen zamanı bulunuz.

Cevap:



$\vec{F} = q\,\vec{\vartheta}\times\vec{B}$

4 parmak $\rightarrow \vartheta$
avuç içi $\rightarrow B$
avucunu kapat
baş parmak $\rightarrow F$

a) $\hat{k}$ yönündedir.

b) $r = \frac{m\vartheta}{q.B} = \frac{(1{,}67.10^{-27}).(2.10^{8})}{(1{,}6.10^{-19}).1}$

$r = 2{,}09m$

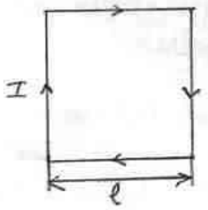
c) $\hat{i}$'den girip, $(-\hat{j})$'den çıkmış. 4'de 1 çember olur.

$\frac{1}{4}(2\pi r) = 3{,}28\,m$

d) $x = \vartheta.t$

$\rightarrow t = \frac{x}{\vartheta} = \frac{3{,}28}{2.10^{8}} = 1{,}64.10^{-8}s$

30.3(5)- Kenar uzunluğu $l=0,4m$ olan kare biçimli bir iletken ilmekten $I=10A$ şiddetinde akım geçmektedir. Karenin merkezinde oluşan manyetik alanın büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

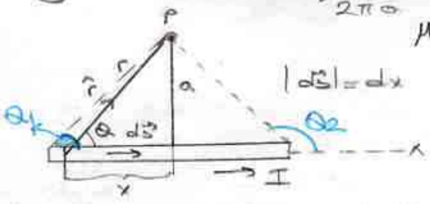


Cevap:

NOT: I akımı taşıyan uzun bir telden a kadar uzakta bir noktada oluşan manyetik alan: $B=\frac{\mu_0 . I}{2\pi a}$'dır.

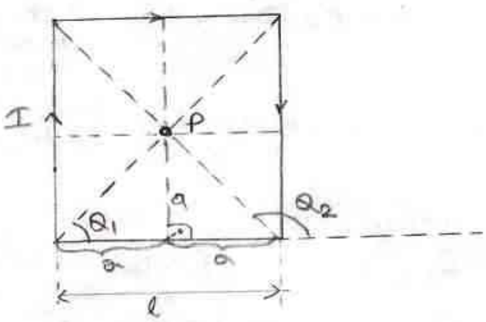
$\mu_0 = 4\pi . 10^{-7}$ Wb/A.m

$|d\vec{s}| = dx$



NOT: İnce doğrusal bir iletkenin manyetik alanı (Biot-Savart Yasasına göre): $B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$

-o-



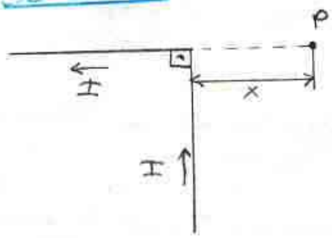
$\theta_1 = 45° = \frac{\pi}{4}$, $\theta_2 = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} = 135°$

$l = 2a \rightarrow 0,4 = 2a \rightarrow a = 0,2m$

4 eşit kenar var.

$B = 4 . \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left[\underbrace{\cos\frac{\pi}{4}}_{\sqrt{2}/2} - \underbrace{\cos\frac{3\pi}{4}}_{-\sqrt{2}/2}\right] = 2\sqrt{2}\, 10^{-5} T$

30.5(9)-

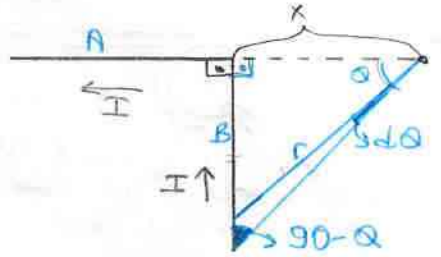


Şekildeki biçimde dik açıyla bükülen sonsuz uzunlukta bir telin köşesinden x kadar uzaklıktaki bir P noktasında manyetik alan nedir? Tel kararlı bir I akımı taşımaktadır.

Cevap:

Biot-Savart Yasası:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$



$d\vec{s} = d\vec{l}$

A kolu için $d\vec{l} \parallel \hat{r}$'dır. Dolayısıyla;

$d\vec{l} \times \hat{r} = |dl| . |\hat{r}| . \underbrace{\sin 0°}_{0} = 0$

Bu yüzden bu parçadan dolayı alana hiç bir katkı gelmez. Şimdi tel yarı sonsuzdur. Sadece B kolundan alana katkı vardır.

NOT: Sonsuz uzun tel için:

$x = -\infty$'dan $\rightarrow x = +\infty$

$\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \pi = 180° \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

-o-

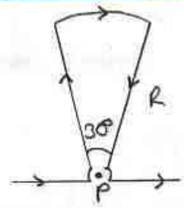
$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta . d\theta$, a yerine x alıyoruz.

$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi x}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin(90-\theta) . d\theta$

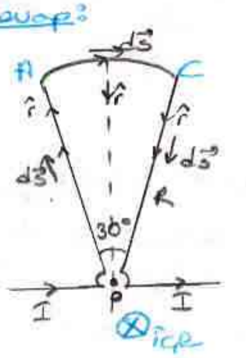
$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi x}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta . d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi x}\sin\theta \Big|_0^{\pi/2}$

$B = \frac{\mu_0 . I}{4\pi x}\left[\underbrace{\sin\frac{\pi}{2}}_{1} - \underbrace{\sin 0°}_{0}\right] \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi x}$ //

30.YOK(11)- Şekilde gösterilen biçimde bir akım yolu, yayın P ile belirtilen merkezinde bir manyetik alan oluşturur. Yayın gördüğü açı 30°, yolun "π-biçimli" kısmındaki telin toplam uzunluğu 1,2m ve geçen akım 3A ise P'de oluşturduğu alanın büyüklüğü ve yönü nedir? (P civarında büyük yaylarda akımdan gelen alan katkısını ihmal ediniz).



Cevap:



AP ve CP yolları boyunca yani, yarıçapsal kesimler boyunca $d\vec{s} \parallel \hat{r}$'dir.

$d\vec{s} \times \hat{r} = 0$'dır ($\sin 0° = 0$).

Kapalı yolun toplam uzunluğu: l

$l = R + R\theta + R = 2R + R\theta$

$l = R(2+\theta) \rightarrow R = \frac{l}{2+\theta}$'dır.

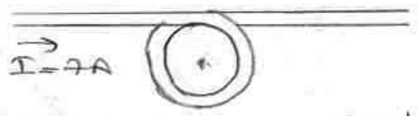
$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} . \theta = \frac{\mu_0 I \theta}{4\pi} . \frac{(2+\theta)}{l}$ $\left\{\begin{array}{l}\theta = 30° = \pi/6 \\ l = 1,2m \\ I = 3A\end{array}\right\}$

$B = \frac{4\pi . 10^{-7} . 3 . (\frac{\pi}{6}) . (2+\frac{\pi}{6})}{4\pi . (1,2)} \xrightarrow{\pi = 3} B = 0,27 . 10^{-6} T$

(Baş parmak → I, 4 parmak → B)

$\theta = 2\pi \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ → Çembersel telin merkezdeki man. alan

30.7 (YOK) -



Bir iletken şekildeki gibi, yarıçapı $R = 0{,}1m$ olan bir çembersel ilmekle iki dümdüz, uzun kısımdan oluşuyor. Tel, kağıt düzleminde yatmakta ve $I = 7A$'lik bir akım taşımaktadır. İlmeğin merkezindeki manyetik alanın büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

Cevap:

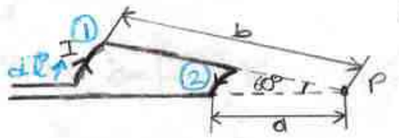
Toplam manyetik alan: $B = \underbrace{\dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}}_{\substack{\text{uzun doğrusal}\\ \text{telin man.}\\ \text{alanı}\\ (\text{içe})}} + \underbrace{\dfrac{\mu_0 I}{2R}}_{\substack{\text{dairesel}\\ \text{ilmeğin}\\ \text{man.}\\ \text{alanı}\\ (\text{içe})}}$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}\left(1 + \frac{1}{\pi}\right)$$

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 7}{2 \cdot (0{,}1)}\left(1 + \frac{1}{\pi}\right) = 5{,}8 \cdot 10^{-5} = 58 \cdot 10^{-6}\,T = 58\,\mu T$$

$\vec{B} = 58\,\mu T$ sayfadan içe

30.11 (12) - Şekildeki akım ilmeğini göz önüne alınız. P'deki $\vec{B}$ manyetik alanının büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.



Cevap: $\dfrac{360^\circ}{60^\circ} = 6 \rightarrow$ Bir çemberin $\dfrac{1}{6}$ sıdır.

$d\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\dfrac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \rightarrow$ Biot-Savart Yasası

$d\vec{l} \perp \hat{r} \Rightarrow d\vec{l} \times \hat{r} = dl \cdot |\hat{r}| \cdot \underbrace{\sin 90}_{1} = dl$

$dB = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \dfrac{dl}{r^2} \rightarrow \int dB = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\int \dfrac{dl}{r^2}$

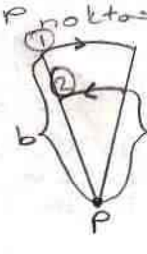
$\rightarrow B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \dfrac{l}{r^2}$

$$B = B_2 - B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left[\frac{\frac{1}{6} \cdot 2\pi a}{a^2} - \frac{\frac{1}{6} \cdot 2\pi b}{b^2}\right]$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{12}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) //$$

$b > a \Rightarrow B = +$ çıkar.

P noktasındaki manyetik alanın yönü:



Baş parmak → Akım

4 parmak → Man. alan

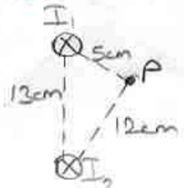
①. yayın P'de oluşturduğu manyetik alanın yönü: ⊗

②. yayın P'de oluşturduğu manyetik alanın yönü: ⊙

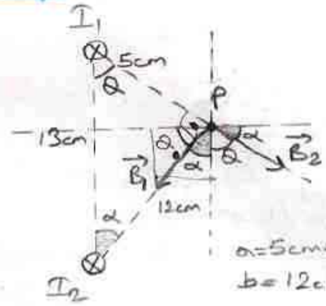
P noktasında $\begin{cases} \text{①'den } \otimes \rightarrow - \\ \text{②'den } \odot \rightarrow + \end{cases}$

$B \rightarrow +$ çıktı. O halde toplam manyetik alanın yönü kağıt düzlemine dik ve dışa (⊙) doğrudur.

30.15 (21) - Şekildeki gibi, iki uzun paralel iletken, her ikisi de sayfa düzleminin içine doğru yönelmiş $I_1 = 3A$ ve $I_2 = 3A$ akımları taşımaktadır. P'de oluşan net manyetik alanın büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.



Cevap:



$\sin\theta = \dfrac{12}{13} \rightarrow \theta = 67{,}4^\circ$

$\alpha = 90^\circ - 67{,}4^\circ = 22{,}6^\circ$

x-yönü → sağa

y-yönü → kağıt düzleminden yukarı doğru

$a = 5cm = 5 \cdot 10^{-2}m$

$b = 12cm = 0{,}12m$

I_1 akımının P'deki alanı: $B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi \cdot a} = \dfrac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2\pi \cdot (0{,}05)} = 12\,\mu T$

I_2 akımının P'deki alanı: $B_2 = \dfrac{\mu_0 I_2}{2\pi \cdot b} = \dfrac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2\pi \cdot (0{,}12)} = 5\,\mu T$

$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

$\vec{B}_1 = B_{1x}\hat{i} + B_{1y}\hat{j} = \hat{i}B_1 \cos 67{,}4^\circ - \hat{j} \cdot B_1 \cdot \sin 67{,}4^\circ$

$\vec{B}_2 = B_{2x}\hat{i} + B_{2y}\hat{j} = \hat{i} \cdot B_2 \cos 22{,}6^\circ - \hat{j} \cdot B_2 \cdot \sin 22{,}6^\circ$

$B_1 = 12\,\mu T = 12 \cdot 10^{-6}\,T$

$B_2 = 5\,\mu T = 5 \cdot 10^{-6}\,T$

$\cos 67{,}4^\circ = \sin 22{,}6^\circ = 0{,}38$

$\sin 67{,}4^\circ = \cos 22{,}6^\circ = 0{,}92$

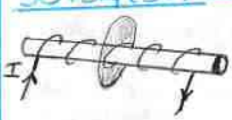
$\vec{B} = 12 \cdot 10^{-6}(-0{,}38\hat{i} - 0{,}92\hat{j}) + 5 \cdot 10^{-6}(0{,}92\hat{i} - 0{,}38\hat{j})$

$\vec{B} = \cancel{-4{,}6 \cdot 10^{-6}\hat{i}} - 11{,}04 \cdot 10^{-6}\hat{j} + \cancel{4{,}6 \cdot 10^{-6}\hat{i}} - 1{,}9 \cdot 10^{-6}\hat{j}$

$\vec{B} \cong -13\hat{j} \cdot 10^{-6}\,T \rightarrow \vec{B} = (-13\hat{j})\,\mu T$

$B = 13\,\mu T$

30.34 (38) - Çapı 2.5cm ve uzunluğu 30cm olan bir selenoidin sarım sayısı 300 ve geçen akım 12A'dir. Şekildeki gibi merkezi selenoidin eksenı üzerinde olan ve bu eksene dik olarak yerleştirilen 5cm yarıçaplı bir diskin yüzeyinden geçen akıyı hesaplayınız.



Cevap: $2R = 2{,}5 \cdot 10^{-2}m \rightarrow R = 1{,}25 \cdot 10^{-2}m$

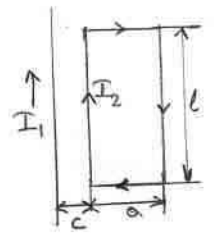
$l = 30cm = 0{,}3m$, $N = 300$, $I = 12A$

diskin yarıçapı $r = 5cm = 5 \cdot 10^{-2}m$

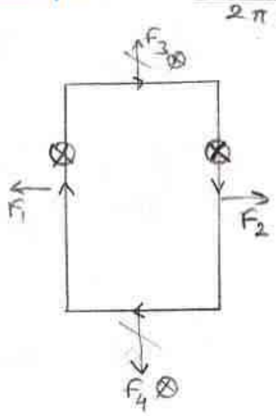
Merkezde: $B = \dfrac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{l}$

$\Phi = B \cdot \underset{\substack{\downarrow \\ \text{diskin alanı}}}{A} = \dfrac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{l} \cdot \pi r^2 = 118{,}3 \cdot 10^{-7}\,Wb$

30.17(19) – Şekildeki düzenekte, uzun ve doğru iletkenden geçen akım $I_1 = 5A$ olup, $I_2 = 10A$'lik akım taşıyan dikdörtgensel ilmeğin düzlemi içinde bulunmaktadır. Boyutlar $c = 0,1m$, $a = 0,15m$ ve $l = 0,45m$'dir. I_1 akımı taşıyan iletkenin oluşturduğu manyetik alanın dikdörtgene uyguladığı net kuvvetin büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.



Cevap: $F = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}$ idi.



Burada I_1 akımı geçen tel ilmekte manyetik alan oluşturur. İlmeğin alt ve üst tellerinde oluşan kuvvetler birbirini yok eder.

{Baş parmak → I, 4 parmak → B, Avuç içi → F}

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi c} \quad , \quad B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi (c+a)}$$

$$F_{top} = B \cdot I_2 \cdot l \quad (\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}, \sin 90° = 1)$$

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = [-B_1 \cdot I_2 \cdot l + B_2 \cdot I_2 \cdot l]\,\hat{i}$$

$$\vec{F} = \left[-\frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi c} \cdot I_2 \cdot l + \frac{\mu_0 I_1}{2\pi (c+a)} \cdot I_2 \cdot l\right]\hat{i}$$

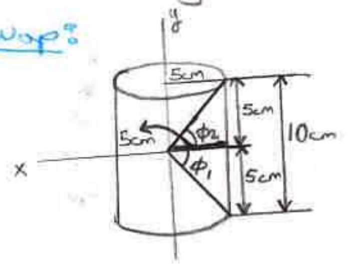
$$\vec{F} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi}\left(\frac{1}{c+a} - \frac{1}{c}\right)\hat{i}$$

$$\vec{F} = (-2,7 \cdot 10^{-5}\,\hat{i})\,N$$

$$F = |\vec{F}| = 2,7 \cdot 10^{-5}\,N$$

30.YOK(33) – Yarıçapı 5cm ve uzunluğu 10 cm olan kısa bir selenoid, 15 A akım geçen ince telli 200 sarımdan oluşmaktadır. Selenoidin merkezindeki B manyetik alan şiddeti nedir? Birim uzunlukta aynı sarım sayısına sahip bir selenoid için $l \to \infty$ olursa B değeri ne olur?

Cevap:



$\tan\phi_1 = -\frac{5}{5} = -1 \to \phi_1 = -\frac{\pi}{4}$

$\tan\phi_2 = \frac{5}{5} = 1 \to \phi_2 = \frac{\pi}{4}$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2l}(\sin\phi_2 - \sin\phi_1)$$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2l}\Big[\underbrace{\sin\tfrac{\pi}{4}}_{\frac{\sqrt{2}}{2}} - \underbrace{\sin\left(-\tfrac{\pi}{4}\right)}_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}\Big] = \frac{\mu_0 N I}{2l} \cdot \sqrt{2}$$

$$B = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7}) \cdot 200 \cdot 15 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot (10 \cdot 10^{-2})} = 26,7 \cdot 10^{-7}\,T \;//$$

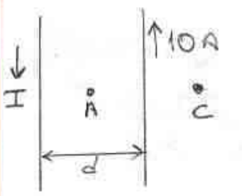
$l \to \infty \Rightarrow$ uzun selenoid $\Rightarrow \phi_1 = -90° = -\frac{\pi}{2}$, $\phi_2 = 90° = \frac{\pi}{2}$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2l}\Big[\underbrace{\sin\tfrac{\pi}{2} - \sin\left(-\tfrac{\pi}{2}\right)}_{\underbrace{1-(-1)}_{2}}\Big] = \frac{\mu_0 N I}{2l} \cdot 2 = \mu_0 \frac{N}{l} I$$

$(B = \mu_0 \cdot n \cdot I)$

$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{200}{10 \cdot 10^{-2}} \cdot 15 = 37,7 \cdot 10^{-3}\,T \;//$$

30.50(64) – Şekildeki gibi iki paralel iletken, zıt yönlerde akımlar taşımaktadırlar. İletkenin birinden geçen akım 10A'dir. A noktası teller arası uzaklığın orta noktası, C noktası ise 10A akım taşıyan telin sağına doğru d/2 uzaklıktadır.

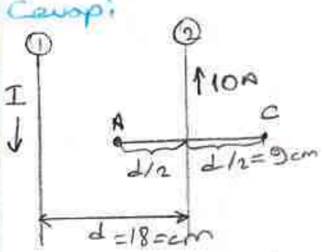


d = 18 cm ve I, C noktasında manyetik alan sıfır olacak şekilde ayarlanmış ise,

a) I akımının değerini,

b) A'daki manyetik alanın değerini bulunuz.

Cevap:



Tel için $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ idi.

Sağ el kuralı: Baş parmak → I, 4 parmak → B

a) I, C noktasında manyetik alan sıfır olacak şekilde ayarlanmış:

		Yönü
①. telin C nok.da oluşturduğu man. alan:	$\dfrac{\mu_0 I}{2\pi \cdot (27 \cdot 10^{-2})}$,	⊙ dışa
②. telin C nok.da oluşturduğu man. alan:	$\dfrac{-\mu_0 \cdot 10}{2\pi (9 \cdot 10^{-2})}$,	⊗ içe

içe → −

dışa → +

İki telin C nok.da oluşturduğu man. alanları 0'dır.

$$B_C = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot 27 \cdot 10^{-2}} - \frac{\mu_0 \cdot 10}{2\pi \cdot 9 \cdot 10^{-2}} = 0 \Rightarrow I = 30\,A$$

		Yönü
b) ①. telin A nok.da oluşturduğu man. alan:	$\dfrac{\mu_0 \cdot 30}{2\pi \cdot 9 \cdot 10^{-2}}$,	⊙ dışa
②. telin A nok.da oluşturduğu man. alan:	$\dfrac{\mu_0 \cdot 10}{2\pi \cdot 9 \cdot 10^{-2}}$,	⊙ dışa

$$B_A = \frac{\mu_0 \cdot 30}{2\pi \cdot 9 \cdot 10^{-2}} + \frac{\mu_0 \cdot 10}{2\pi \cdot 9 \cdot 10^{-2}} = \frac{40 \cdot \mu_0}{2\pi \cdot 9 \cdot 10^{-2}}$$

$$B_A = \frac{40 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 9 \cdot 10^{-2}} = \frac{80}{9} \cdot 10^{-5}\,T = 88,8 \cdot 10^{-6}\,T$$

30.55 (YOK) _ İletkan olmayan 10cm yarıçaplı bir halka, 10μC'luk toplam pozitif yükle düzgünce yüklenmiştir. Bu halka, düzlemine dik olan ve merkezinden geçen bir eksen etrafında 20 rad/s'lik sabit bir açısal hızla dönmektedir. Halkanın merkezinden 5cm uzaklıkta ekseni üzerindeki bir noktada oluşan manyetik alanın büyüklüğünü bulunuz.

Cevap: Akım halkasının ekseni üzerinde manyetik alan:

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}} \text{ 'dir.}$$

$x = 0{,}05m$; $R = 0{,}1m$, $w = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{w}$

$q = I.t \rightarrow q = I.T = I.\frac{2\pi}{w}$

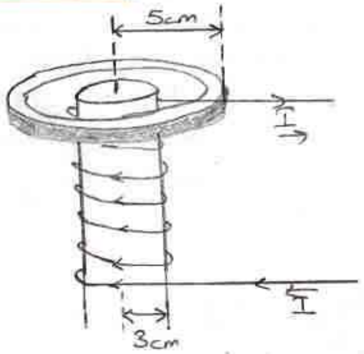
$\rightarrow I = \frac{wq}{2\pi}$, $q = 10\mu C = 10.10^{-6}C$

$$B = \frac{\mu_0 . R^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}} . \frac{wq}{2\pi}$$

$$B = \frac{\overset{2}{\cancel{4}}\pi . 10^{-7} . (0{,}1)^2}{2\,[(0{,}05)^2+(0{,}1)^2]^{3/2}} . \frac{20.10.10^{-6}}{2\pi}$$

$B = 1{,}44 . 10^{-10}T$

31.7(37)-



5 cm yarıçaplı ve $3.10^{-4}\ \Omega$'luk dirence sahip bir alüminyum bilezik, şekildeki gibi, 1000 sarım/metre'e sahip 3cm yarıçaplı, içi hava olan uzun bir selenoidin tepesine yerleştirilmiştir. Bileziğin bulunduğu konumda, selenoiddeki akımdan ileri gelen manyetik alanın yarısına eşit olduğunu farz edin. Selenoidin, kendi kesit alanının dışında oluşturacağı manyetik alanın ihmal edilecek kadar küçük olduğunu varsayın.
.a) Selenoiddeki akım 270 A/s hızla artarsa, bilezikteki indüksiyon akımı nedir?
b) Bileziğin merkezinde, bilezikteki indüklenmiş akımın meydana getirdiği manyetik alan nedir?
c) Bu alanın yönü nedir?

Cevap: Selenoid $\rightarrow B=\mu_0 n I$

$\mu_0=4\pi.10^{-7}$, $n=\frac{N}{l}=1000$ sarım/m

$|\mathcal{E}|=\frac{d\Phi}{dt}=\frac{d(B.A)}{dt}$ $B\rightarrow B/2$

$|\mathcal{E}|=\frac{d}{dt}\left[\frac{\mu_0 n I}{2}.A\right]=0{,}5\mu_0 n A\frac{dI}{dt}$

$|\mathcal{E}|=0{,}5.\mu_0.n(\pi r_{sol}^2).\underbrace{\frac{dI}{dt}}_{270A/s}$

$|\mathcal{E}|=0{,}5.(4\pi.10^{-7}).1000.[\pi(0{,}03)^2].270$

$|\mathcal{E}|=0{,}48.10^{-3}V$

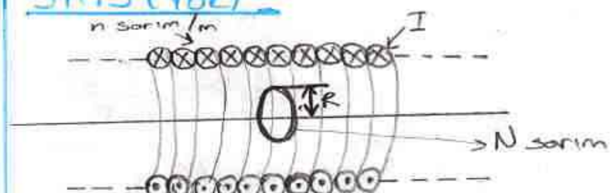
a) $I_{bilezik}=\frac{\mathcal{E}}{R}=\frac{4{,}8.10^{-4}}{3.10^{-2}}=0{,}016\ A$

b) $B_{bilezik}=\frac{\mu_0 I}{2r_{bilezik}}=\frac{4\pi.10^{-7}.0{,}016}{2.(0{,}05)}\cong 20.10^{-8}\ T$

(Dairesel akım ilmeğinin man. alanı $\rightarrow B=\frac{\mu_0 I}{2R}$)

c) Selenoidin alanı aşağı doğrudur ve artar. Dolayısıyla, $\vec{B}_{bilezik}$ yukarı yöndedir. Lenz kanununa göre, karşı koyacak yöndedir (ters yönde).

31.13(YOK)-



Uzun bir selenoid metre başına 400 tane sarıma sahip olup, $I=(30A).(1-e^{-1{,}6t})$ akımını taşımaktadır. Bu selenoidin içinde ve bununla aynı eksene sahip, ince telden sarılmış 250 sarımlı ve 6cm yarıçaplı bir bobin vardır. Akımı değiştirerek bobinde indüklenen emk ne olacaktır?

Cevap:

Uzun selenoid $\rightarrow n=\frac{N}{l}=400$ sarım/m

Bobin $\rightarrow N=250$ sarım, $R=6cm=0{,}06m$

selenoidin alanı $\rightarrow B=\mu_0.n.I=\mu_0.n.30(1-e^{-1{,}6t})$

$\Phi_B=\int B.dA=\mu_0.n.30(1-e^{-1{,}6t})\int dA$

$\Phi_B=\mu_0.n.30.(1-e^{-1{,}6t}).\pi R^2$

$\mathcal{E}=-N.\frac{d\Phi_B}{dt}=-N\mu_0 n.30.\pi r^2(1{,}6).e^{-1{,}6t}$

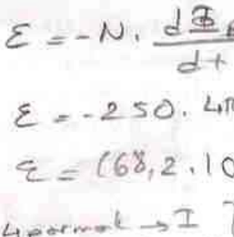
$\mathcal{E}=-250.4\pi10^{-7}.400.30.[3{,}14.(0{,}06)^2]1{,}6.e^{-1{,}6t}$

$\mathcal{E}=(68{,}2.10^{-3}).e^{-1{,}6t}\ V$

{4parmak $\rightarrow I$ / Baş parmak $\rightarrow B$} selenoidde B: sola ($\leftarrow$) İçteki halkada tersi olur; B: sağa ($\rightarrow$)

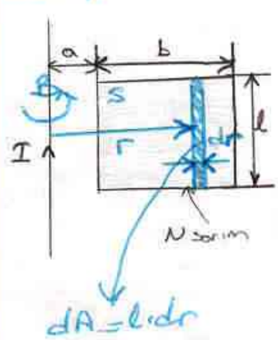
Akım saat yönüne ters

31.YOK(14)-



Doğru ve uzun bir tel, $I=I_0.\sin(wt+\delta)$ akımını taşımakta ve şekildeki gibi N sarımlı bir tel halkanın düzleminde bulunmaktadır. I_0, w ve δ gibi büyüklüklerin tümü sabittir. Doğru şekildeki telden geçen akımdan dolayı, manyetik alanın halkada indüklediği emk'ı bulunuz. $I_0=50A$, $w=200\pi s^{-1}$, $N=100$, $a=b=5cm$ ve $l=20cm$ değerlerini kullanınız.

Cevap:



Halka, s düzlem yüzeyinin sınırlarıdır. Doğrusal teldeki akım tarafından üretilen man. alan yüzey üzerindeki tüm noktalarda s'e diktir, dA'a paralel olacaktır.

$\Phi=\vec{B}.\vec{A}=B.A.\cos0°=B.A$

Manyetik alanın büyüklüğü: $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ dir.

$$\Phi_m = N.\Phi_m' = N\int B.dA$$

$$\Phi_m = N.\frac{\mu_0 I}{2\pi}\int\frac{dA}{r} = \frac{N\mu_0 I}{2\pi}\int\frac{l.dr}{r}$$

$$\Phi_m = \frac{N\mu_0 l I}{2\pi}\int_a^{a+b}\frac{dr}{r} = \frac{N\mu_0 l I}{2\pi}\ln r\Big|_a^{a+b}$$

$$\Phi_m = \frac{N\mu_0 l I}{2\pi}\ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$$

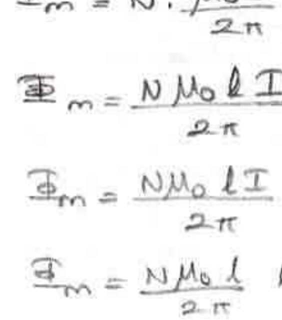
$$\Phi_m = \frac{N\mu_0 l}{2\pi}\ln\left(\frac{a+b}{a}\right).I_0.\sin(wt+\delta)$$

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{\mu_0 N I_0 l}{2\pi}.\ln\left(\frac{a+b}{a}\right).\frac{d}{dt}\left[\sin(wt+\delta)\right]$$

$$\mathcal{E} = \frac{\mu_0 N I_0 l}{2\pi}\ln\left(\frac{a+b}{a}\right).w.\cos(wt+\delta)$$

$$\therefore \mathcal{E} = (87,1.10^{-3})\cos(200\pi t+\delta)\ V$$

31.Yok(15)-



R yarıçaplı dairesel bir tel halka, N tane sıkı sarılmış sarıma sahiptir. Bu halka, halkanın düzlemine dik olarak yönlendirilmiş bir dış manyetik alan içine soluluyor. Halka düzlemindeki manyetik alanın büyüklüğü $B = B_0\left(1-\frac{r}{2R}\right).\cos wt$'dir. Buradaki R halkanın yarıçapı, r ise şekildeki gibi halkanın merkezinden ölçülen bir mesafedir. Halkada indüklenen emk'i bulunuz.

Cevap:

$$\Phi_m = N.\Phi_m' = N\int B dA$$

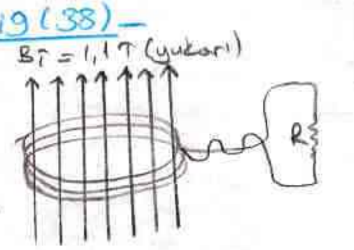
$$\Phi_m = N.B_0.\cos wt\int_0^R\left(1-\frac{r}{2R}\right).\overbrace{(2\pi r\,dr)}^{dA}$$

$$\Phi_m = \frac{2\pi}{3}R^2 N B_0\cos wt$$

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{2\pi}{3}wR^2NB_0\sin wt$$

Akım, saat yönüne ters

31.19(38)-



100 cm²'lik bir alanı çevreleyen dairesel bir bobin, şekildeki gibi 200 sarımlı bakır bir telden yapılmıştır. Başlangıçta 1,1 T'lik düzgün bir manyetik alan, bobin düzleminden dik olarak yukarıya doğru yönlenmiştir. Daha sonra manyetik alanın yönü tersine döner. $R = 5\Omega$ ise, manyetik alanın yönünü değiştirme süresinde bobinden geçen yük miktarı nedir?

Cevap:

$$\mathcal{E} = -N.\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (V = I.R\text{'den})$$

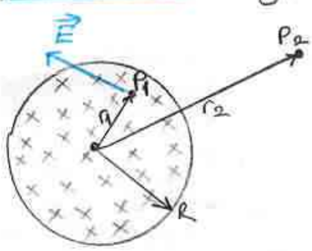
$$I.R = -N\frac{d\Phi_B}{dt} \rightarrow I.dt = -\frac{N}{R}d\Phi_B$$

$$\rightarrow \int I.dt = -\frac{N}{R}\int d\Phi_B$$

$$\rightarrow Q = -\frac{N}{R}.\Delta\Phi_B = -\frac{N}{R}(B_s - B_i)$$

$$\rightarrow Q = -\frac{200}{5}.100.10^{-4}[-1,1-1,1] = 0,88\,C$$

31.33(33)- Sayfa düzleminden içeriye doğru yönelmiş bir manyetik alan $B = (0,03t^2+1,4)\,T$ denklemine uygun olarak zamanla değişmektedir. Burada t, s birimine sahiptir. Manyetik alan $R = 2,5$ cm yarıçaplı dairesel bir kesite sahiptir. $t = 3s$ ve $r_1 = 0,02m$ olduğu zaman P_1 noktasındaki elektrik alanın büyüklüğü ve yönü nedir?



Cevap: $B = (0,03t^2+1,4)\ T$

$$\frac{dB}{dt} = 0,06.t$$

$$|\mathcal{E}| = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d(B.A)}{dt}$$

$$t = 3s \Rightarrow E = \frac{|\mathcal{E}|}{2\pi r} = \frac{1}{2\pi r}.\left|-\frac{d\Phi_B}{dt}\right|$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2\pi r_1}.A.\frac{dB}{dt} = \frac{1}{2\pi r_1}.\pi r_1^2.\frac{dB}{dt}$$

$$\Rightarrow E = \frac{r_1}{2}.0,06.t = \frac{0,02}{2}.0,06.3$$

$$\Rightarrow E = 1,8.10^{-3}\,N/C$$

r_1'e dik ve saatle aynı yönde (akımla aynı yönlü) tas

31.35(35) – 1000 sarım/m'lik 2cm yarıçaplı uzun bir selenoid, $I=(5A).Sin(100\pi t)$ denklemiyle verilen alternatif bir akım taşımaktadır.
a) Selenoidin ekseninden itibaren r=1cm uzaklıktaki bir noktada indüklenen elektrik alanı nedir?
b) Bobindeki akım saat ibrelerinin tersi yönünde arttığı zaman, bu elektrik alanın yönü ne olur?

Cevap: $\oint \vec{E}.d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$, $\Phi_B = B.A$

Selenoidin manyetik alanı → $B=\mu_0.n.I$

$r=1cm=1.10^{-2}m$, $n=1000$ sarım/m

$I = 5.\sin(100\pi t)$ A

a) $\oint E.dl = \left|\frac{d\Phi_B}{dt}\right| \rightarrow 2\pi r.E = A.\frac{dB}{dt}$

$\rightarrow 2\pi r.E = (\pi r^2).\frac{dB}{dt}$

$\rightarrow E = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt} = \frac{r}{2}\mu_0.n.\frac{dI}{dt}$

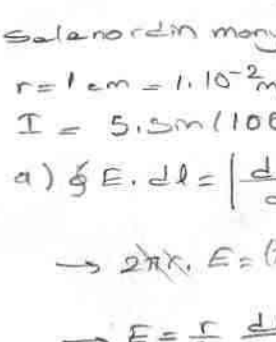
$\rightarrow E = \frac{r}{2}\mu_0.n.5.100\pi.Cos(100\pi t)$

$\rightarrow E = \frac{1.10^{-2}}{2}.4\pi.10^{-7}.1000.5.100\pi \, Cos(100\pi t)$

$\rightarrow E = 9,86.10^{-3}\, Cos(100\pi t)$ V/m

b) $\vec{E}$ alanı daima artan $\vec{B}$'e ters yöndedir. Saat yönünde

31.44(29) – Genişliği 1m ve uzunluğu 1,5m olan 0,15kg'lık kapalı dikdörtgen biçimindeki bir telin direnci 0,75Ω'dur. Bu dikdörtgenin kendisinin hareket doğrultusuna dik olarak yönelmiş bir manyetik alan içinde düşmesine izin veriliyor. Dikdörtgen aşağı doğru 2m/s'lik bir limit hıza yaklaşacak biçimde ivmeleniyor ve bu durumda dikdörtgenin üst kenarı manyetik alan bölgesine henüz gelmiyor. $\vec{B}$'nin büyüklüğünü hesaplayınız.



Cevap: Limit hızda, halkanın alt kenarı üzerine etkiyen yukarı yönlü kuvvet, halkanın ağırlığına eşit olmalıdır.

$Mg = F_B = I.w.B = \left(\frac{\varepsilon}{R}\right)w.B = \left(\frac{Bw\upsilon}{R}\right).wB$

$Mg = \frac{B^2w^2\upsilon}{R}$

$B = \sqrt{\frac{MgR}{w^2\upsilon}} = \sqrt{\frac{0,15.10.0,75}{1^2.2}} = 0,75$ T

$F = I.\vec{l}\times\vec{B}$

{4 parmak → B, baş parmak → ℓ, avuç içi → F}

31.48(52) – Bir elektron, $\vec{E}=(2,5\hat{i}+5\hat{j})$ V/m ile verilen düzgün bir elektrik alan ve $\vec{B}=0,4\hat{k}$ T ile verilen düzgün bir manyetik alanı içinde hareket etmektedir. Elektronun hızı $\vec{\upsilon}=10\hat{i}$ olduğu zaman ivmesini bulunuz.

Cevap:

$\underbrace{\vec{F} = m.\vec{a}}= q\vec{E} + q(\vec{\upsilon}\times\vec{B})$ (Lorentz Kuvveti)

$\vec{a} = \frac{q}{m}[\vec{E} + \vec{\upsilon}\times\vec{B}]$

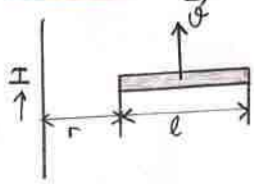
$\vec{\upsilon}\times\vec{B} = (10\hat{i})\times(0,4\hat{k}) = -4\hat{j}$

$\vec{a} = \frac{q}{m}[(2,5\hat{i}+5\hat{j})+(-4\hat{j})] = \frac{q}{m}(2,5\hat{i}+\hat{j})$

$\vec{a} = \frac{-1,6.10^{-19}}{9,1.10^{-31}}.(2,5\hat{i}+\hat{j}) \rightarrow \vec{a}=(-4,4\hat{i}-1,76\hat{j}).10^{11}$ m/s²

$(a=|\vec{a}|=4,74.10^{11}$ m/s²$)$

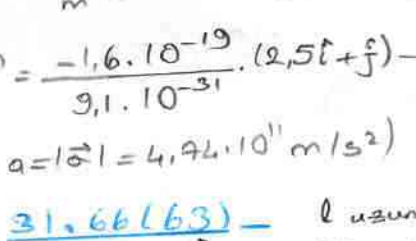
31.66(63) – ℓ uzunluğundaki iletken bir çubuk, I kararlı akımını taşıyan uzun bir tele paralel olacak şekilde, υ hızıyla hareket etmektedir. Şekildeki gibi, çubuğun ekseni tele daima dik tutulup, çubuğun tele yakın olan ucu r mesafesindedir. Çubukta indüklenen emk'nin



$|\varepsilon| = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\upsilon \ln\left(1+\frac{\ell}{r}\right)$

ile verildiğini gösteriniz.

Cevap:



υ.t → Hareket eden çubuğun t süresinde aldığı mesafe

t anında çubuk tarafından "süpürülen" dikdörtgensel alandaki akı için bir ifade bulunuz. Telden x kadar uzakta manyetik alan: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$

$\Phi = \int B.dA = \int \frac{\mu_0.I}{2\pi x}.[(\upsilon.t).dx]$

$\Phi = \frac{\mu_0 I \upsilon t}{2\pi}\int_r^{r+l}\frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I \upsilon t}{2\pi}\ln x \Big|_r^{r+l}$

$\Phi = \frac{\mu_0 I \upsilon t}{2\pi}\ln\left(\frac{r+l}{r}\right)$

$|\varepsilon| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{\mu_0 I \upsilon}{2\pi}\ln\left(\frac{r+l}{r}\right).t\right]$

$|\varepsilon| = \frac{\mu_0 I \upsilon}{2\pi}\ln\left(1+\frac{l}{r}\right)$ //

32.9(16) – Selenoid biçimindeki bir indüktörün, sarım sayısı 420, uzunluğu 16 cm ve kesit alanı $3\,cm^2$ dir. İndüktörün içinden geçen akım, ne kadarlık bir düzgün azalma hızı ile $175\,\mu V$'luk bir emk oluşturur?

Cevap:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} (420)^2 \, 3 \cdot 10^{-4}}{16 \cdot 10^{-2}}$$

$$L = 4{,}16 \cdot 10^{-4}\,H$$

$$\varepsilon = -L \cdot \frac{dI}{dt} \rightarrow \frac{dI}{dt} = -\frac{\varepsilon}{L}$$

$$\rightarrow \frac{dI}{dt} = -\frac{175 \cdot 10^{-6}}{4{,}16 \cdot 10^{-4}} = -0{,}421\,A/s$$

32.18(18) – $I = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$ nun aşağıdaki diferansiyel denklemin çözümü olduğunu gösteriniz.

$$I \cdot R + L\frac{dI}{dt} = 0$$

Burada $\tau = \frac{L}{R}$, $I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$ $t=0$'da akımın değeridir.

Cevap: $I = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$

$$\frac{dI}{dt} = I_0 \cdot \left(-\frac{1}{\tau}\right) \cdot e^{-t/\tau}$$

$$I \cdot R + L \cdot \left(\frac{dI}{dt}\right) = 0$$

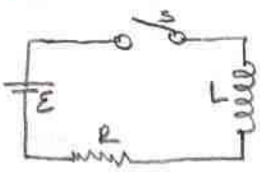
$$I_0 \cdot e^{-t/\tau} \cdot R + L \cdot I_0 \cdot \left(-\frac{1}{\underset{L/R}{\tau}}\right) \cdot e^{-t/\tau} \overset{?}{=} 0$$

$$I_0 \cdot e^{-t/\tau} \cdot R - \cancel{L} \cdot I_0 \cdot \frac{R}{\cancel{L}} \cdot e^{-t/\tau} \overset{?}{=} 0$$

$$I_0 \cdot e^{-t/\tau} \cdot R - I_0 e^{-t/\tau} \cdot R \overset{?}{=} 0$$

$$0 = 0$$

32.21(29) – Şekilde görülen RL devresi için $L = 3\,H$, $R = 8\,\Omega$ ve $\varepsilon = 36\,V$'dur.



a) $I = 2\,A$ olduğu zaman direncin uçları arasındaki potansiyel farkının, indüktörün uçları arasındaki potansiyel farkına oranını veriniz.

b) $I = 4{,}5\,A$ olduğunda indüktördeki voltajı hesaplayınız.

Cevap:

a) $V_R = I \cdot R = 2 \cdot 8 = 16\,V$
$V_L = \varepsilon - V_R = 36 - 16 = 20\,V$ $\Big\}$ $\frac{V_R}{V_L} = \frac{16}{20} = 0{,}8$

b) $V_R = I \cdot R = 4{,}5 \cdot 8 = 36\,V$
$V_L = \varepsilon - V_R = 36 - 36 = 0$

32.23(22) – $15\,H$'lik indüktansa ve $30\,\Omega$'luk dirence sahip bir indüktör, $100\,V$'luk bir bataryanın uçlarına bağlıdır.
a) $t=0$ ve b) $t = 1{,}5\,s$'de akımın artış hızı nedir?

Cevap:

$$I = I_0(1 - e^{-t/\tau}) \rightarrow \frac{dI}{dt} = -I_0 \cdot (e^{-t/\tau}) \cdot \left(-\frac{1}{\tau}\right)$$

$$\rightarrow \frac{dI}{dt} = I_0 \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}, \quad \tau = L/R, \; I_0 = \varepsilon/R$$

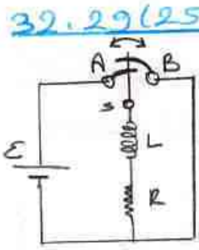
$$\rightarrow \frac{dI}{dt} = I_0 \cdot \frac{R}{L} \cdot e^{-t/\tau}$$

a) $t = 0 \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{R}{L} \cdot I_0 \cdot e^0 = \frac{\cancel{R}}{L} \cdot \frac{\varepsilon}{\cancel{R}} = \frac{\varepsilon}{L} = \frac{100\,V}{15\,H}$
$= 6{,}67\,A/s$

b) $t = 1{,}5\,s \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{R}{L} \cdot \frac{\varepsilon}{R} \cdot \exp\left[-\frac{1{,}5}{\frac{15}{30}}\right] = \frac{100\,V}{15\,H} \cdot e^{-3}$, $\tau = \frac{L}{R}$

$= 0{,}332\,A/s$ $(e = 2{,}721)$

32.29(25) – $140\,mH$'lik indüktör ve $4{,}9\,\Omega$'luk bir direnç, şekilde görüldüğü gibi, bir anahtar yardımıyla $6\,V$'luk bir bataryaya bağlanmıştır.



a) Bu anahtar sola doğru itilirse (bataryayı bağlıyor), akımın $220\,mA$'e ulaşması için ne kadar zaman geçer?
b) Bu anahtar kapatıldıktan 10 s sonra indüktörden geçen akım ne kadardır?
c) Şimdi anahtar çabukça A'dan B'ye itilmiştir. Akımın $160\,mA$'e düşmesi için ne kadar zaman geçmelidir?

Cevap: $L = 140\,mH = 140 \cdot 10^{-3}\,H$
$R = 4{,}9\,\Omega$, $\varepsilon = 6\,V$, $I = 220\,mA = 220 \cdot 10^{-3}\,A$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{140 \cdot 10^{-3}}{4{,}9} = 28{,}57 \cdot 10^{-3}\,s$$

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{6\,V}{4{,}9} = 1{,}224\,A$$

τ: RL devresinin zaman sabiti

a) RL devresinde akım değişimi: $I = I_0(1 - e^{-t/\tau})$

$$220 \cdot 10^{-3} = 1{,}224 \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \rightarrow e^{-t/\tau} = 0{,}8203$$

Her iki tarafın ln ini alırız.

$$\rightarrow -\frac{t}{\tau} = \ln(0{,}8203) \rightarrow t = 5{,}66 \cdot 10^{-3}\,s$$

b) $I = I_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau})$, $t = 10\,s$, $\tau = 28{,}57 \cdot 10^{-3}\,s$

$$\rightarrow I = 1{,}224 \cdot (1 - e^{-10/28{,}57 \cdot 10^{-3}}) = 1{,}22\,A$$

c) $I = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$, $I = 160\,mA = 160 \cdot 10^{-3}\,A$

$$160 \cdot 10^{-3} = 1{,}224 \cdot e^{-t/\tau}$$

$$t = -\tau \cdot \ln(0{,}1307) = 58{,}1 \cdot 10^{-3}\,s$$

32.37(35) – 10 V'luk bir batarya, 5Ω'luk bir direnç ve 10 H'lik bir indüktör seri olarak bağlanmıştır. Devredeki akım maksimum değerine ulaştıktan sonra,
a) batarya tarafından devreye sağlanan güç
b) dirençte harcanan güç,
c) indüktörde harcanan güç ve
d) indüktörün manyetik alanında depolanan enerjiyi hesaplayınız.

Cevap: (LC devresi)

$I = I_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-t/\tau})$

$\tau = \frac{L}{R} \rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-Rt/L})$

max I için $\rightarrow 0$

a) Max akıma uzun bir t süresi sonunda erişilir ve

$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{10}{5} = 2\,A$

olur. O anda, indüktör tamamen yüklenmiştir. Dolayısıyla,

$P = I \cdot U = (2A) \cdot (10V) = 20\,W$

b) $P_{kayıp} = I^2 \cdot R = (2A)^2 \cdot (5\Omega) = 20\,W$

c) $P_{indüktör} = I \cdot V_{indüktör} = 0$

$\left(\varepsilon_L = -L \cdot \frac{dI}{dt},\ I = \text{sabit} \rightarrow \varepsilon_L = 0\right)$

d) $E_{depolanan} = \frac{LI^2}{2} = \frac{(10H)\cdot(2A)^2}{2} = 20\,J$

32.44(50) – 70 sarımlı bir selenoid 5 cm uzunluğunda, 1 cm çapında ve 2 A'lik akım taşımaktadır. 3 cm çaplı tek sarımlı bir tel, selenoidin eksenine dik olarak tutturulmuştur. Bobinin düzlemi selenoidin merkezinden seçilirse, bu ikilinin karşılıklı indüktansı nedir?

Cevap:

$\Phi_{12} \rightarrow$ (1) selenoidin oluşturduğu (2) telden geçen manyetik akı

$M_{12} \rightarrow$ (1) selenoide göre (2) telden karşılıklı indüktansı

(1) Selenoid $\begin{cases} N_1 = 70 \\ \ell = 5\,cm = 5 \cdot 10^{-2}\,m \\ 2r = 1\,cm \rightarrow r = 0{,}5\,cm \\ \quad r = 0{,}5 \cdot 10^{-2}\,m \end{cases}$ (2) tel $\begin{cases} 2R = 3\,cm \\ N_2 = 1 \end{cases}$

$M = M_{12} = \frac{\Phi_{12} \cdot N_2}{I_1} = \frac{(B_1 \cdot A_1) \cdot N_2}{I_1}$

$M = \frac{(\mu_0 n \cancel{I_1}) \cdot (\pi r^2) \cdot N_2}{\cancel{I_1}} \xrightarrow{n = \frac{N_1}{\ell}} M = \frac{\mu_0 N_1 \pi r^2 N_2}{\ell}$

$M = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 70 \cdot \pi \cdot (0{,}5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 1}{5 \cdot 10^{-2}} = 1{,}38 \cdot 10^{-7}\,H$

32.49(54) – Bir LC devresi, 20 mH'lik bir indüktöre ve 0,5 μF'lık bir kondansatöre sahiptir. Bu devredeki anî akımın maksimum değeri 0,1 A ise kondansatör boyunca gözlenen en büyük potansiyel farkı nedir?

Cevap: $L = 20\,mH = 20 \cdot 10^{-3}\,H$

$C = 0{,}5\,\mu F = 0{,}5 \cdot 10^{-6}\,F$

$\left(\frac{1}{2} C V_c^2\right)_{max} = \left(\frac{1}{2} L I^2\right)_{max}$

$(V_c)_{max} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot I_{max} = \sqrt{\frac{20 \cdot 10^{-3}}{0{,}5 \cdot 10^{-6}}} \cdot (0{,}1) = 20\,V$

32.70K(60) – Akım taşıyan bir LC devresi T periyodu ile salınım yapmaktadır. Kondansatördeki yük t=0'da maksimum t=0'da maksimum ise kondansatörün elektrik alanında depolanan enerji, indüktörün manyetik alanında depolanan manyetik enerjiye ne zaman eşit olur? Cevabınızı T'nin bir kesri olarak veriniz.

Cevap: $Q = Q_0 \cdot \cos wt$

$U_c(t) = \frac{1}{2} C V^2 \xrightarrow[V = \frac{Q}{C}]{C = \frac{Q}{V}} U_c = \frac{1}{2}\frac{Q^2(t)}{C}$

$U_c = \frac{1}{2C}(Q_0 \cdot \cos wt)^2 = \frac{Q_0^2}{2C}\cos^2 wt$

$U_L(t) = \frac{1}{2} L I^2(t) \xrightarrow{I = \frac{dQ}{dt}} U_L(t) = \frac{L}{2}(-w \cdot Q_0 \cdot \sin wt)^2$

$U_L(t) = \frac{L w^2}{2} Q_0^2 \sin^2 wt$

$* \quad w = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow w^2 \cdot L \cdot C = 1$

$U_C(t) = U_L(t)$

$\frac{\cancel{Q_0^2}}{\cancel{2}C} \cdot \cos^2 wt = \frac{L w^2}{\cancel{2}} \cancel{Q_0^2} \sin^2 wt$

$\cos^2 wt = \underbrace{w^2 LC}_{1} \cdot \sin^2 wt$

$\rightarrow \cos^2 wt = \sin^2 wt \rightarrow \cos wt = \mp \sin wt$

$\rightarrow \tan wt = \mp 1$

$\rightarrow wt = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \ldots, \frac{(2n+1)\pi}{4}$

$n = 0, 1, 2, \ldots$

$\rightarrow wt = \frac{(2n+1)\pi}{4}, \quad w = \frac{2\pi}{T}$

$\rightarrow \frac{2\cancel{\pi}}{T} \cdot t = (2n+1)\frac{\cancel{\pi}}{4}$

$\rightarrow \boxed{t = \frac{(2n+1)}{8} \cdot T \qquad n = 0, 1, 2, \ldots}$

32. YOK (67) — a) Sönümlü bir LC titreşkenin (osilatörün) salınım frekansının (w_d), sönümsüz titreşkenin w_0 frekansına oranının aşağıdaki ifade ile verildiğini gösteriniz.

$$\frac{w_d}{w_0} = \sqrt{1 - \frac{R^2C}{4L}}$$

b) $L < \frac{R^2C}{4}$ ise bu oran hangi değeri alır?

Cevap:

a) $$\frac{w_d}{w_0} = \frac{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}{\sqrt{\frac{1}{LC}}} = \sqrt{1 - LC \cdot \left(\frac{R^2}{4L^2}\right)}$$

$$\frac{w_d}{w_0} = \sqrt{1 - \frac{R^2C}{4L}}$$

b) $L < \frac{R^2C}{4} \rightarrow \frac{R^2C}{4L} > 1 \Rightarrow \frac{w_d}{w_0} = -$ sanal olur.

Salınım olmaz.

32. YOK (43) — N_1 sarım içeren uzun bir selenoidin yarıçapı R_1'dir. Birinci ile aynı boya sahip N_2 sarımlı ve R_2 yarıçaplı ikinci bir selenoid, eksenî birinciye paralel olacak şekilde, tümüyle birinci selenoidin içinde yer almaktadır.

a) Birinci selenoidin I akımını taşıdığını varsayın ve bunların karşılıklı indüktansını hesaplayınız.

b) Şimdi ikinci selenoidin aynı I akımını taşıdığını (birinci selenoid hiç akım taşımıyor) varsayın ve bunların karşılıklı indüktansını hesaplayınız. Aynı sonucu elde eder misiniz?

Cevap:

a) $$M = \frac{\Phi_2}{I_1} = \frac{N_2 . B_1 . A_2}{I_1} = \frac{N_2 \cdot \left(\mu_0 \frac{N_1 I_1}{\ell}\right) \pi r_2^2}{I_1}$$

$$M = \pi \mu_0 N_1 N_2 \frac{r_2^2}{\ell}$$

b) $$M = \frac{\Phi_1}{I_2} = \frac{N_1 B_2 A_2}{I_2} = \frac{N_1 \left(\mu_0 \frac{N_2}{\ell} I_2\right) \pi r_2^2}{I_2}$$

$$M = \pi \mu_0 N_1 N_2 \frac{r_2^2}{\ell}$$ Aynıdır.

32.61 (YOK) — 1mH'lik bir indüktör ile 1μF'lık bir kondansatör seri olarak bağlanmıştır. Devredeki akım $I = 20t$ bağıntısıyla veriliyor. Burada t, s ve I amper birimindedir. Başlangıçta, kondansatörde hiç yük yoktur.

a) İndüktördeki voltaj ve

b) kondansatördeki voltajı zamanın fonksiyonu olarak bulunuz.

c) Kondansatörde depolanan enerjinin, indüktörde depolanan enerjiyi aştığı ilk anı belirleyiniz.

Cevap: $L = 1mH = 1.10^{-3} H$

$C = 1\mu F = 1.10^{-6} F$

a) $\mathcal{E}_L = -L \cdot \frac{dI}{dt} = -1.10^{-3} \cdot \frac{d}{dt}(20t) = -20.10^{-3} V$

b) $Q = \int_0^L I . dt = \int_0^L 20t . dt = 20 \int_0^L t\, dt = 10t^2$

$$\Delta V_c = -\frac{Q}{C} = \frac{-10t^2}{1.10^{-6}} = -10^{-5} \cdot t^2 \ V/s^2$$

c) $\frac{Q^2}{2C} \geq \frac{1}{2} L I^2$ iken

$$\frac{(-10t^2)^2}{2 . 1.10^{-6}} \geq \frac{1}{2} . 1.10^{-3} . (20t)^2$$

$$100 t^4 \geq 400 . 10^{-9} . t^2$$

$$t^2 \geq 4.10^{-9}$$

İlk an: $t = \sqrt{4.10^{-9}} = \sqrt{40.10^{-10}} = 6{,}32.10^{-5} s$